

Verslag van de 114e Europese Studiegroep
Wiskunde met de Industrie

SWI 2016

Nijmegen, 25 – 29 januari 2016

Inhoud

Voorwoord	3
Zoek de snelst uit de kluiten gewassen aardappels	5
Optimaal planten voor tevreden klanten.....	10
Helderheid over mistdetectie.....	13
Resultaten uit het verleden om de rentestand te voorspellen	18
Zuiniger treinen door een aangepaste dienstregeling	22
Het beheersen van een kilometerslange trein kippen	26
Dankwoord	32

Voorwoord

Deze proceedings zijn een verslag van de 114^e Europese *Studiegroep Wiskunde met de Industrie*, die van 25 t/m 29 januari 2016 op de Radboud Universiteit in Nijmegen werd gehouden. Tijdens deze week hebben de 35 deelnemers zich gebogen over zes problemen die door de industriële partners zijn aangedragen.

Deze proceedings bestaan uit twee delen, die als twee losse boekjes zijn uitgebracht. Dit eerste deel, dat in het Nederlands is geschreven, is gericht op een algemeen publiek. Wetenschapsjournalist Arnout Jaspers schetst een beeld van zowel de uitdagingen waar de deelnemers voor gesteld werden als de oplossing die zij bedachten.

Het tweede deel is geschreven voor een wetenschappelijk publiek en in het Engels gesteld. Hierin doen de deelnemers zelf verslag van hun bevindingen, vergezeld van alle overwegingen en details.

De organisatoren van SWI 2016
Eric Cator en Ross Kang

Zoek de snelst uit de kluiten gewassen aardappels

HZPC is een bedrijf dat door kruisen telkens nieuwe aardappelrassen produceert, bijvoorbeeld voor ziekteresistentie. Maar het wil ook de genetisch markers in kaart brengen van aardappelrassen die snel groeien. De wiskundigen brachten daarvoor statistisch zwaar geschut in stelling. Pieter-Jelte Lindenbergh van HZPC toonde zich onder de indruk: 'Wiskundigen kunnen echt iets toevoegen aan deze business.'

HZPC produceert door kruisen elk jaar nieuwe variëteiten aardappelen, die over de hele wereld en in allerlei klimaten worden geplant. Een van de belangrijkste kwaliteiten van een variëteit is *early bulking*: het moet zo snel mogelijk na het planten grote aardappelen vormen, zodat er snel geoogst kan worden. Vorig jaar heeft HZPC een experiment gedaan met honderd variëteiten, die elk zijn ingezaaid op twee stukken grond en op vier verschillende tijdstippen geoogst. Bij elke oogst zijn alle aardappelen gemeten en gewogen.

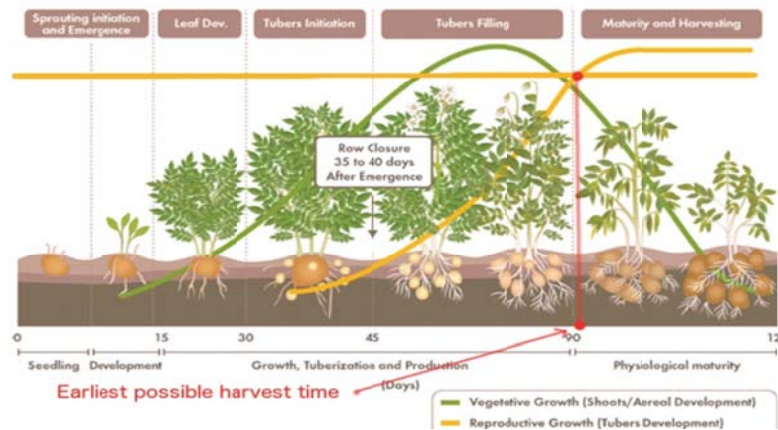
Verder is ooit van een groot aantal variëteiten het hele genoom onderzocht op de aanwezigheid van SNP's. Een SNP (spreek uit 'snip') is een goed identificeerbaar stukje DNA, een *marker* (merkteken) met een vaste locatie in het genoom, waarvan het aardappel-genoom er duizenden bevat. In dit onderzoek zijn er ruim elfduizend geïdentificeerd. SNP's zijn geen genen: ze hebben zelf geen functie in de plant. Maar als een SNP in het DNA vlak naast een gen ligt dat, bijvoorbeeld, zorgt voor snelle groei, dan erft deze snip vrijwel altijd samen over met de eigenschap 'snelle groei'. Ligt een SNP een heel stuk verwijderd van dit gen, dan erven ze vrijwel onafhankelijk van elkaar over. Het is dus wel degelijk nuttig om SNP's, indien mogelijk, te identificeren met bepaalde erfelijke eigenschappen, zelfs als over het gen dat daarvoor zorgt niets bekend is.

Nu HZPC al deze data beschikbaar heeft, leidt dat tot twee concrete onderzoeksvragen:

- maak een model voor de groei van de aardappelen, waarmee je kunt voorspellen welke variëteiten het snelst rijp zijn om te oogsten.
- Welke SNP's zijn goede indicatoren voor een variëteit die snel oogstrijp is?

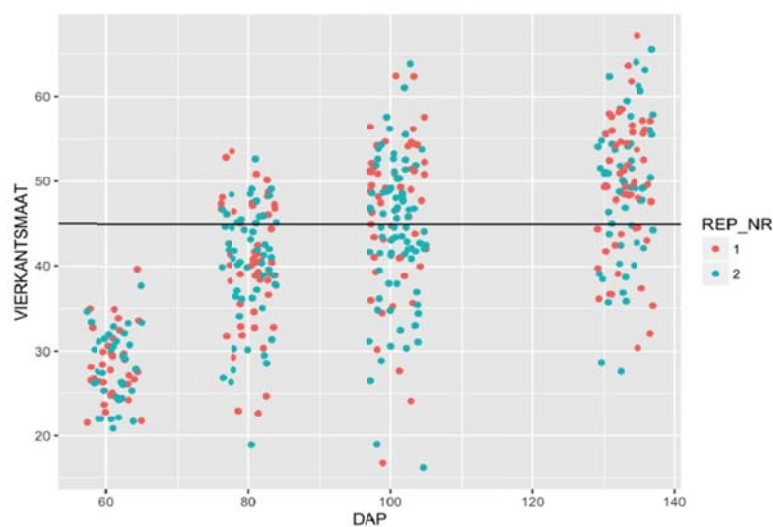
In eerder onderzoek, vertelt Lindenbergh, is al diverse malen een link gevonden tussen één SNP en resistentie tegen een bepaalde ziekte. Maar hij verwacht dat de opbrengst aan aardappelen van een variëteit een veel complexere eigenschap is, zodat er links zullen zijn met vele SNP's. Het is wiskundig bepaald niet triviaal, om uit de experimenten die HZPC vorig jaar gedaan heeft, die SNP's voor snelle groei te halen - als het al mogelijk is.

Early bulking



[bijschrift] Algemeen schema voor de groei van een aardappelplant. *Tuber* is de vakterm voor één aardappel.

In de groep die deze twee onderzoeksvragen aan gaat pakken, zitten wiskundigen die uitgebreide ervaring hebben met statistische technieken. De eerste opgave - maak een model voor de groei van de diverse variëteiten aardappel - levert daarom weinig problemen op. Uitgangspunt is een experiment dat door HZPC in 2015 is gedaan, waarbij honderd variëteiten aardappels elk in twee stukken grond zijn geplant. Van alle aardappels is op vier tijdstippen een deel geoogst: 60, 80, 100 en 130 dagen na het planten. Van elke geoogste plant is gemeten en gewogen hoe groot de opbrengst was. Als je die ruwe cijfers in een grafiek zet, ontstaat zelfs met één variëteit al een heel rommelig beeld.



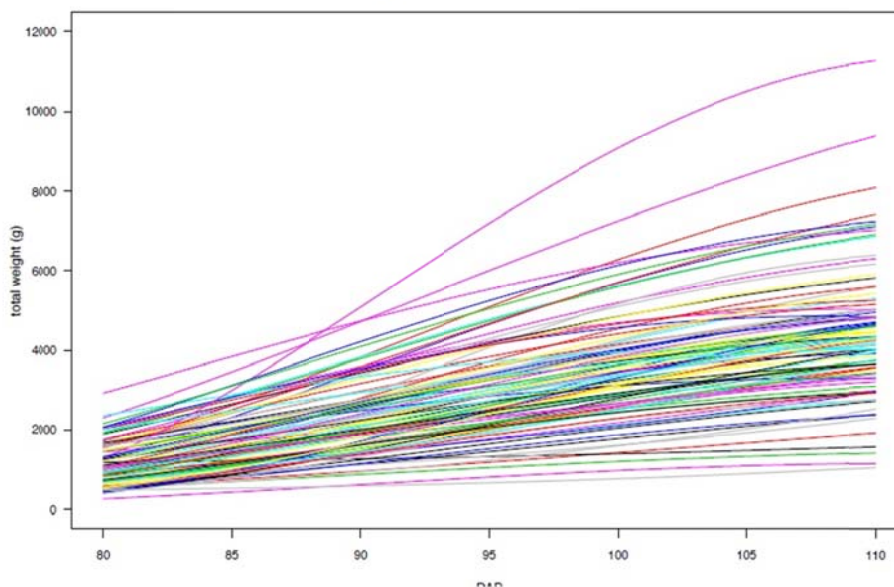
[bijschrift] De grootte van individuele aardappels wisselt sterk. Hier zijn van één variëteit de groottes van alle aardappels aangegeven (verticale as), die op vier verschillende tijden (horizontale as) geoogst werden. Om ze te kunnen onderscheiden, zijn de stippen in de grafiek niet precies op de oogsttijd geplaatst, maar er omheen. Na de derde oogsttijd zit er weinig groei meer in de aardappels. De kleur geeft aan in welk van twee proefveldjes de planten opgroeiden, waaruit blijkt dat de opbrengst in beide proefvelden maar weinig verschilt.

Determinisme en chaos

Om dit chaotische beeld om te zetten in een groeicurve die optimaal de gemiddelde groei van een variëteit weergeeft, neem je aan dat de groei van elke aardappel bestaat uit de som van een deterministisch gedeelte en een chaotisch, door toeval bepaald gedeelte.

Het deterministische deel kun je weergeven door een formule die alleen afhangt van de tijd (het aantal dagen na het planten). Voor het toevallige deel neem je aan dat die variatie voldoet aan een zekere standaard statistische verdeling. Dit model bevat nog drie parameters, als het ware de knoppen waar je aan kunt draaien. De optimale groeicurve vind je, door aan de knoppen te draaien totdat het toevallige deel zo klein mogelijk is.

Dit doe je voor elke variëteit apart, wat dus 100 verschillende groeicurves oplevert.



[Bijschrift] Resultaten van een model dat voor alle 100 variëteiten zo goed mogelijk de groei voorspelt. Verticaal het totaal gewicht van de aardappelen, horizontaal het aantal dagen na het planten.

Voor het bedrijf is van belang, dat ze nu per variëteit voor elke mogelijke oogsttijd een optimale schatting van de groei hebben. Zo kan men betere beslissingen nemen over welke variëteit, gegeven de omstandigheden en locatie, het best geplant kan worden, en wanneer geoogst. Als je vooral een hoge opbrengst wilt, kan tragere groei acceptabel zijn. Lindenbergh: 'Maar in sommige landen, bijvoorbeeld Ethiopië, wordt het op zeker moment gewoon te heet en moet je wel oogsten.' Dan is een variëteit die goed is in *early bulking* het meest gewenst.

Het drama met de SNP's

Tot zover waren er geen echte obstakels voor de wiskundigen. Maar bij de tweede onderzoeksvraag – zoek uit welke SNP's relevant zijn voor snelle groei – gingen de zaken

minder van een leien dakje.

Op zich is het een bekend probleem uit de genetica: zoek uit welke genen een functie hebben voor kwaal of eigenschap X, op basis van een aantal genetische profielen. Het lastige is, dat er duizenden genen in aanmerking komen, terwijl men slechts over een veel kleiner aantal DNA-profielen beschikt (want het is duur en tijdrovend om die te maken).

Dat geldt bijvoorbeeld voor DNA-profielen van patiënten met een specifiek type kanker, maar ook hier: er zijn 11.673 SNP's, terwijl men maar van 113 variëteiten een profiel heeft. Erger nog, van maar 69 variëteiten met een bekend profiel zijn ook voldoende nauwkeurige gegevens bekend over de opbrengst.

De techniek om uit zulke 'ijle' datasets relevante verbanden te destilleren is nog lang niet af. Zo kreeg Aad van der Vaart, wiskundige aan de Leidse Universiteit, in 2015 nog een Spinoza-premie van 2,5 miljoen euro om deze tak van statistiek verder te ontwikkelen.

Er bestaan wel diverse methoden om dit probleem aan te pakken, maar daarbij moet de wiskundige soms nog op intuïtie keuzes maken. Op initiatief van Alessandro Di Bucchianico van de Technische Universiteit Eindhoven en Fetsje Bijma van de Vrije Universiteit kiest de groep voor 'elasticnet', een variant van een zogeheten 'lineaire regressie model'. De wiskunde achter zulke modellen is gecompliceerd, maar op zijn simpelst gezegd komt het er op neer, dat je begint met aan te nemen dat alle voorspellers – in dit geval alle 11.673 SNP's – enige invloed op de groei van de aardappel hebben, en dat je de invloed van alle afzonderlijke SNP's simpelweg kunt optellen voor het totale effect. Elasticnet is een procedure om alleen de SNP's met de meeste invloed op de groei uit te selecteren.

De input voor die procedure zijn de 69 variëteiten aardappel waarvan bekend is welke SNP's ze hebben en hoe groot hun opbrengst precies was.

Aardappelen zijn genetisch een beetje vreemd, omdat ze tetraploïde zijn: ze hebben van elk gen vier kopieën (de mens heeft van elk gen twee kopieën, en is diploïde). Van elke SNP kan een variëteit dus 0,1,2,3 of 4 exemplaren hebben. In principe is dat juist gunstig voor de analyse, want als in een variëteit één exemplaar van een SNP gunstig samenhangt met snelle groei, zou een variëteit met drie of vier exemplaren nog sneller moeten groeien. De tetraploïdie geeft in principe dus extra informatie.

In de loop van de week zet de groep het elasticnet-model in de steigers en begint met de eerste tests. Maar ook na het maken van vele lange uren aan de diverse laptops komt er nog geen witte rook uit het lokaal van de groep. Zo wordt het donderdagmiddag vijf uur, en de groep overleeft op koffie en M&M's. 'Het is een drama,' verzucht Bijma desgevraagd, 'geen enkele SNP doet mee aan snelle groei als je streng bent.'

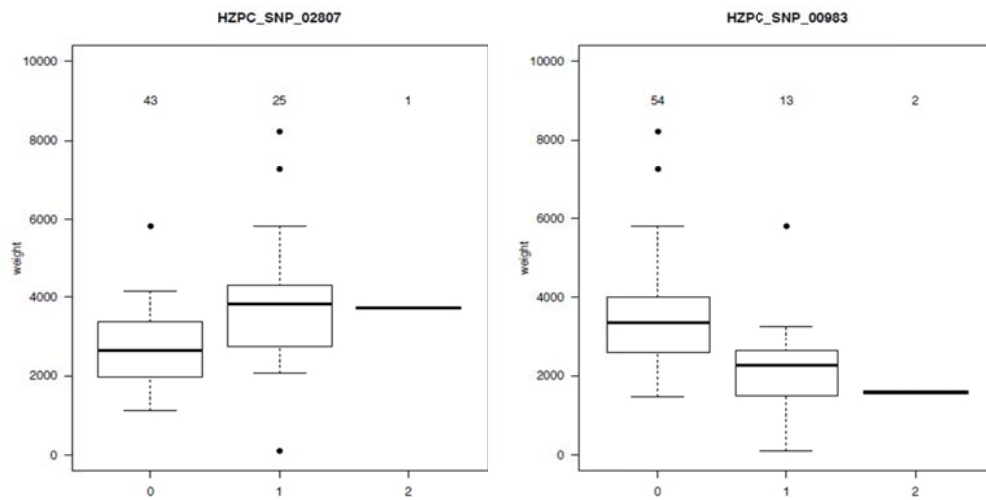
Maar terwijl ze dit zegt, loopt er nog een run met het elasticnet-model, en al een paar minuten later klinkt het: 'Net toen je binnenkwam vonden we er een.'

'Maar één?'

'Nee, dat zou niet goed zijn. We weten al dat er méér zijn.'

Positief of negatief

Tijdens de presentatie, de volgende dag, blijkt dat donderdagmiddag inderdaad het moment van een bescheiden doorbraak was. Volgens het model hangt ongeveer 1 procent van alle SNP's samen met snelle groei, maar dit kan zowel positief als negatief zijn.



[bijscript snips] Twee voorbeelden van SNP's die samenhangen met snelle groei. Links is de samenhang positief. Dat blijkt uit het feit dat het totale gewicht van de aardappelen per plant gemiddeld hoger is als de SNP wel in het DNA zit (1; rechter balkje), dan wanneer dat niet zo is (0; linker balkje). De SNP kan ook twee keer (of zelfs maximaal vier keer) voorkomen, maar dat is hier maar bij één variëteit het geval (de streep rechts).

De dikke streep geeft het mediane gewicht over de variëteiten aan (een soort gemiddelde), de box en de dunne streepjes geven een maat voor de variatie rond de mediaan.

In het rechter plaatje is de associatie van de SNP met groei juist nadelig, want het balkje aan de linkerkant ligt hoger dan het balkje rechts in dat plaatje.

Dit resultaat is idealiter nog maar de aftrap voor verder onderzoek. Om echt te weten hoe de SNP's samenhangen met de groei, zou je het model moeten uitbreiden. Ten eerste door van meer dan 69 variëteiten de SNP's te bepalen. Ook moet je niet slechts onderzoeken hoe afzonderlijke SNP's samenhangen met groei, maar ook hoe groepjes SNP's dat eventueel doen. Als dat allemaal betrouwbaar is vastgesteld, kan HZPC heel gericht variëteiten met de juiste SNP's met elkaar gaan kruisen om een variëteit te maken met een gewenst groeiprofiel: *early bulking*, of juist een hogere opbrengst na een langere groeifase.

Lindenbergh was na afloop van hun presentatie vol lof over wat de groep deze week had gepresteerd. Hij deed zelfs een oproep aan het publiek in de zaal: 'Ik hoop dat studenten van jullie contact met ons opnemen voor een stage of een baan. Want wiskundigen kunnen echt iets toevoegen aan deze business.'

Optimaal planten voor tevreden klanten

Hoe zorg je ervoor dat al je klanten op tijd de bestelde bloemen krijgen, als je een jaar van tevoren moet planten? En wat is de optimale strategie om te oogsten? De wiskundigen kwamen al snel met een praktisch bruikbare tool. Brian Wismans van Dümme Orange: 'We hebben een hoop data, maar we deden er niets mee. Daarom ben ik heel blij met deze week.'

Ruim een miljard 'stekken' verkoopt Dümme Orange per jaar. Deze stekken worden gesneden van moederplanten en groeien dan uit tot geraniums, chrysanten of kerststerren, die bij de consument het interieur opfleuren. De juiste stekken op het juiste moment op de juiste plek afleveren is echter geen sinecure. De productie vindt plaats in onder andere El Salvador, Guatemala, Kenia, Ethiopië, Tanzania, Uganda, India, China en Spanje, en de klanten zitten over de hele wereld.

'De meeste van onze producten hebben een *shelf life* van maar 72 uur,' stellen Kevin Laros en Brian Wismans van Dümme Orange tijdens de bedrijfspresentatie. Maar de planten waar de stekken van gesneden worden, moeten minstens een jaar van tevoren worden ingeplant en opgekweekt. De benodigde aantallen planten worden nu geschat op basis van de verkoopcijfers van vorige jaren.

De meeste soorten bloemen hebben een hoogseizoen voor de verkoop dat ongeveer tien weken duurt. Dan stromen de definitieve orders binnen en worden de stekken gesneden en naar bestemmingen over de hele wereld gevlogen.

Van dit type moederplant kun je in een week maximaal twee stekken snijden. Dit beïnvloedt de verdere groei van de plant; die raakt als het ware uitgeput door het oogsten, zodat je in de weken daarna gemiddeld minder stekken kunt oogsten.

Dit is een dilemma: nu maximaal oogsten, omdat er onverwacht veel orders binnenkomen, zal de productie in de toekomst verminderen, met het risico dat je dan meer klanten teleur moet stellen.

Wismans: 'Het doel is: betrouwbare levering aan onze klanten. We willen minstens 98 procent van wat besteld is kunnen leveren. Er is een heel makkelijke manier om aan die doelstelling te voldoen: te veel produceren. Maar dat creëert een hoop afval en is duur.'

Het bedrijf hoopt daarom van de Studiegroep een model te krijgen dat met al deze factoren rekening houdt en een preciezere planning mogelijk maakt, terwijl de betrouwbaarheid van de levering op peil blijft.

Misverstanden opheffen

Tijdens de eerste groepsbespreking, met vijf wiskundigen en drie vertegenwoordigers van

Dümmen Orange, gaat veel energie zitten in het definiëren van het probleem en misverstanden opheffen. De discussie verloopt in het begin chaotisch, er wordt nogal eens door elkaar heen gepraat.

Een lastig punt wat de wiskundigen maar moeizaam opgehelderd krijgen, is het verschil tussen *known orders* (bekende bestellingen) en *possible additional orders* (mogelijke extra bestellingen). Als je niet begrijpt waar het in de bloemenhandel om draait, wat valt er voor een wiskundige dan te optimaliseren?

Pas na enige tijd wordt dit duidelijk: *known orders* zijn eigenlijk voorspellingen van de verkoopafdeling voor wat ze komend seizoen per week denken te gaan verkopen. Het bedrijf kweekt dan tijdig half zoveel planten als het aantal te leveren stekken in de drukste week, plus een buffer van tien procent (bijvoorbeeld: als er in de piekweek 80.000 *known orders* zijn, worden 44.000 planten gekweekt). 40.000 planten heb je sowieso nodig om in de piekweek aan de vraag te voldoen, maar nu is de vraag: hoeveel extra stekken kun je in de overige weken van je planten snijden (de *possible additional orders*), zonder risico dat je in latere weken niet meer aan de vraag kunt voldoen? Anders gezegd: welk *cutting pattern* levert de meeste *possible additional orders* op, zonder het vervullen van je *known orders* in gevaar te brengen?

Het *cutting stock* probleem

Toen dit op dinsdagochtend voor de wiskundigen eenmaal helder was, was in ieder geval voor Han Hoogeveen van de Universiteit Utrecht ook meteen duidelijk dat dit een zogeheten *cutting stock problem* is. Dit is een klassiek probleem van het soort waarbij je, bijvoorbeeld, uit een lange rol plaatstaal met zo min mogelijk afval rechthoekige platen moet snijden, of uit planken van vijf meter lang met zo min mogelijk afval plankjes van allerlei voorgeschreven lengtes. Dit probleem is binnen zekere grenzen goed oplosbaar met een techniek die lineair programmeren heet. Het komt er eigenlijk op neer dat je heel precies alle randvoorwaarden opschrijft waaraan een oplossing moet voldoen, en dan daarbinnen de oplossing zoekt die het minste kost of het meeste oplevert.

Hoogeveen neemt dus het voortouw, en al snel staat het schoolbord in het lokaal van de groep vol met formules, waarbij het halve alfabet aan letters gebruikt wordt om de vele variabelen een naam te geven. Zelfs echte wiskundigen raken dan wel eens de draad kwijt. Zo trekt iemand nogal nadrukkelijk in twijfel dat de variabele n in de vergelijkingen een geheel getal moet zijn. Maar n is slechts een teller, het getal dat de *cutting patterns* nummert.

Hoogeveen is specialist in deze tak van wiskunde, en is zeer stellig dat het model dat hij zojuist op het schoolbord in de steigers heeft gezet, oplosbaar is. Toch laat de groep zich niet zonder slag of stoot overtuigen: 'Ok, dit model is oplosbaar, maar is dit wel de oplossing voor het probleem dat het bedrijf heeft?'

In de kinderschoenen

Maar op dinsdagmiddag is de groep overtuigd, en heeft men eensgezind deze aanpak van het probleem omarmd. Brian Wismans van Dümmen Orange heeft deze eerste dagen een groot deel van de beraadslagingen van de groep bijgewoond, en er gaat een wereld voor hem open: 'Wij staan met onze research nog in de kinderschoenen. We hebben een hoop data, maar we doen er niets mee. Daarom ben ik heel blij met deze week.'

Al op woensdag heeft de groep een *tool*, of app, voor op de computer ontwikkeld, die op een gebruikersvriendelijke en visuele manier laat zien hoe de *possible additional orders* te optimaliseren zijn.

Hoewel het planningsprobleem nu in theorie opgelost is, ontbreekt nog een belangrijk element, namelijk welke *cutting patterns* mogelijk zijn. Daar hangt namelijk van af hoe de optimale planning er uit ziet. 'We moeten nog gaan overleggen met het bedrijf zelf,' aldus een van de

wiskundigen: 'Wat is het maximum dat je per week gesneden hebt? En wat is het maximum voor twee of drie opeenvolgende weken? En voor twee weken maximaal, een week rust, en dan weer maximaal?'

Het totale aantal *cutting patterns* is gigantisch, omdat je - gemiddeld over een aantal planten - ook een niet-geheel aantal stekken kunt nemen. Dümmer Orange heeft nog niet systematisch uitgezocht wat maximaal mogelijk is. Er zijn echter veel data beschikbaar over wat er in de praktijk per week gestekt is. Daar zijn vuistregels uit af te leiden: 2 stekken per week is het maximum, in twee opeenvolgende weken kan je niet meer dan 3,9 stekken per plant oogsten, in drie opeenvolgende weken niet meer dan 5,75. De verschillen lijken misschien klein – respectievelijk 2, 1,95 of 1,92 stekken per week- maar de productie gebeurt met tienduizenden moederplanten, zodat een daling van 0,1 toch duizenden stekken per week scheelt.

Volgens Tom van der Zanden, van de Universiteit Utrecht, ligt de volgende stap voor de hand: 'Met technieken voor *data-mining* kunnen we razendsnel voor miljoenen combinaties van weken bekijken hoeveel stekjes je maximaal in zo'n tijdsbestek kunt snijden. Door al die snijpatronen in een model te verwerken, krijgen we een realistisch beeld van wat er mogelijk is.

Bloemen-experts weten nu wel wat je maximaal kunt snijden in één of twee of drie opeenvolgende weken, maar niet voor een gek patroon als een week wel, een week niet, twee weken wel, of iets dergelijks. Op zichzelf heeft zo'n gek snijpatroon weinig betekenis. Maar data-mining houdt in, dat we met de computer heel veel van dit soort patronen bekijken, die samen een goed model opleveren voor wat je maximaal aan stekjes kunt snijden in elk willekeurig tijdsbestek.'

Het is nu aan het bedrijf zelf om het programma te voeden met experimentele data, en desgewenst meer geavanceerde mogelijkheden voor data-mining in te laten bouwen.

Flexibele tool

De *tool* en de methodes die de groep deze week ontwikkelde, zijn flexibel genoeg om extra mogelijkheden in te bouwen. Zo zou je ook het inplanten van de moederplanten in de tijd kunnen spreiden, zodat de maximale productie beter past bij de piek in de verkoop. Hoewel het model nu deterministisch is – elke ingeplante stek groeit op tot een gezonde moederplant – zou je ook nog een zekere mate van *random* tegenslagen kunnen inbouwen om te bepalen welke buffer aan planten je het best aan kunt houden.

Lineair programmeren was voor deze groep bekend terrein. Tom van der Zanden:

'Dinsdagavond ben ik tot middernacht bezig geweest om een programmaatje te schrijven, en ook op woensdag hebben we flink doorgewerkt, maar wij waren op donderdagochtend al klaar. Wij hebben het relatief makkelijk gehad, maar toch wat leuks neergezet.'

Helderheid over mistdetectie

Mist kan heel plaatselijk zijn en plotseling opkomen. Daarom zou het KNMI graag automatische mist-detectie doen op basis van, bijvoorbeeld, beelden van camera's langs de weg. De Studiegroep kwam op het eind van de week zelfs met twee methodes voor automatische mist-detectie. Martin Roth van het KNMI: 'Het is nu veel helderder hoe we dit verder kunnen ontwikkelen.'

Als je naar een foto van een landschap kijkt, heb je als mens meestal wel een idee hoe mistig het er is. Mensen identificeren automatisch objecten in een foto, en weten hoe groot die ongeveer zijn, zodat je uit hun relatieve groottes afstanden afleidt. In combinatie met hoe grijs dat stuk van de foto is, trek je intuïtief conclusies over hoe goed het zicht is. Maar een computer herkent niets in een plaatje, die 'ziet' slechts de losse pixels van een digitaal beeld. Hoe kan een computer direct uit die pixels afleiden of hij naar een helder, danwel mistig landschap kijkt?

Dat is de opgave die het KNMI aan de Studiegroep Wiskunde met de Industrie voorlegde. Uiteindelijk moet dat software opleveren dat op basis van één foto tot een oordeel komt of er 'geen mist' is, of 'mist', of 'dichte mist'. Het grote voordeel daarvan is, dat er al veel camera's langs wegen en in steden staan die toch al beelden leveren. Mocht deze opgave binnen een week lukken, dan had het KNMI nog een noot op zijn zang: bepaal uit de camerabeelden wat het zicht in meter is. Natuurlijk is er bij mist nooit een harde grens tussen 'goed zicht' en 'slecht zicht', maar het is niet moeilijk om een 'fuzzy' criterium voor zo'n grens te bedenken waar een computer mee kan werken. De moeilijkheid is, net als bij de eerste opgave, om vanaf een foto tamelijk exact te bepalen waar die grens ligt.



De wiskundigen gingen aan de slag met drie sets van 1300 foto's, allemaal door één vaste camera genomen van hetzelfde landschap overdag, in de maanden oktober, november en januari, bij allerlei weersomstandigheden. Deze camera staat op het KNMI meetveld waar zich ook de *forward scatter sensor* bevindt. Deze zendt licht in het nabij infrarood uit en meet de hoeveelheid verstrooid licht. De hoeveelheid verstrooiing is een maat voor het zicht (meer verstrooiing, meer deeltjes en hoe lager het zicht).

Met zo'n instrument is automatische mistdetectie dus al mogelijk, en in theorie is het probleem op te lossen door verspreid door Nederland een paar duizend van zulke instrumenten neer te zetten. Maar dat is duur en onpraktisch, zeker gezien het feit dat van heel veel locaties camerabeelden gratis beschikbaar zijn.

Van de 3 x 1300 KNMI-foto's was op deze manier al bepaald of ze in de categorie 'geen', 'lichte' of 'dichte' mist vallen en hoeveel meter het zicht is. Deze set foto's vormde de gecalibreerde standaard waaraan de wiskundigen hun nog te bedenken methode konden testen.

Direct aan de slag

De situatie van de zes wiskundigen die na de presentaties op maandagochtend voor deze opdracht hadden gekozen, was uitzonderlijk: in deze groep geen moeizame discussie over wat nu eigenlijk de opgave was, en hoe dit naar een wiskundig probleem te vertalen.

Bij een eerste bezoek aan de groep in hun eigen lokaal, op dinsdagochtend, is de sfeer dan ook ontspannen. Het schoolbord staat vol formules, sommige leden zijn al druk bezig op hun laptop code voor een programma te tikken, anderen overleggen over de beste aanpak van een ander aspect van het probleem.

Peter Frolcovic uit Bratislava: 'Het probleem is gedefiniëerd, we werken eraan en we gaan recht op de oplossing af.'

Ook later in de week werkt de groep zonder grote struikelblokken naar de oplossing toe. Al snel hebben ze een computerprogramma dat in ieder geval op een klein setje testfoto's goed werkt.

Methode 1: de donkerste pixels zoeken

Tijdens de afsluitende presentatie, op vrijdagochtend, kan de groep zelfs twee methodes voor mistdetectie presenteren. Een belangrijke vondst voor methode 1 was, dat er al software bestaat die foto's kan 'ontmisten'. Deze is in 2009 ontwikkeld door Kaiming He, Jian Sun en Xiaoou Tang van Hong Kong University en Microsoft Asia en beschreven in het artikel '*Single image haze removal using dark channel prior*.'

Hun 'ontmisting' is gebaseerd op een verrassend simpel principe, de *dark channel prior* ('donker-kanaalaanname'): in een heldere foto van een landschap of stadsgezicht zijn overal – behalve in de lucht - pixels te vinden die in minstens één kleurkanaal bijna helemaal zwart zijn

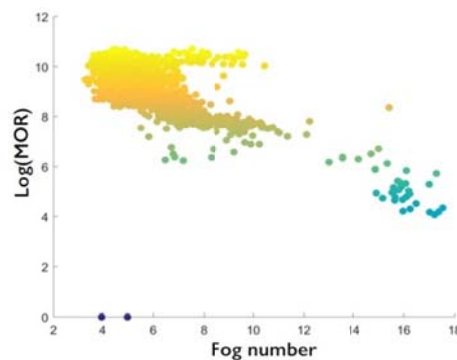
(in een digitale kleurenfoto bestaat elke pixel uit een combinatie van de kleurkanalen rood, groen en blauw. Bijvoorbeeld: in een maximaal witte pixel staan alledrie de kanalen vol aan, in een zwarte pixel staan ze alledrie uit, in een helder rode pixel staat alleen kanaal 'rood' vol aan).

De 'donker-kanaalpixels' in een heldere foto zitten onder andere in allerlei schaduwplekjes en kleine, helder gekleurde objecten. In een niet-heldere foto, echter, komen geen donker-kanaalpixels voor, omdat de mist overal wit strooilicht aan het beeld toevoegt. Door in elk stukje van de foto de minst heldere pixel op te zoeken, en aan te nemen dat dit in feite de donker-kanaalpixels zijn, kun je een donker-kanaalkaart van de foto maken, die op elk punt aangeeft hoeveel mist tussen dat punt in het landschap en de cameralens zat (wat uiteraard ook van de afstand afhangt).

Als je eenmaal zo'n kaart hebt, kun je die digitaal van de oorspronkelijke foto aftrekken, waardoor de mist optrekt. Het resultaat kan verbluffend zijn:



De KNMI-groep gebruikte de donker-kanaalkaart op een andere manier. In de gecalibreerde test-foto's bestaat de bovenste helft van het beeld uit open lucht. Bij helder weer bevatten die geen donker-kanaalpixels, maar het landschap daaronder wel, zodat de donker-kanaalkaart in een licht en een donker deel uiteen valt. Bij mistig weer is dat verschil veel minder duidelijk, dit verschil kan door een 'mistgetal' uitgedrukt worden.



Van dit mistgetal is bekeken, hoe goed dit overeenkomt met de KNMI testset waarvoor het zicht (de zogeheten MOR=Meteorological Optical Range) bekend was. In de grafiek moet een hoog mistgetal dus overeenkomen met een lage MOR. De grens voor mist (MOR < 1000m) is

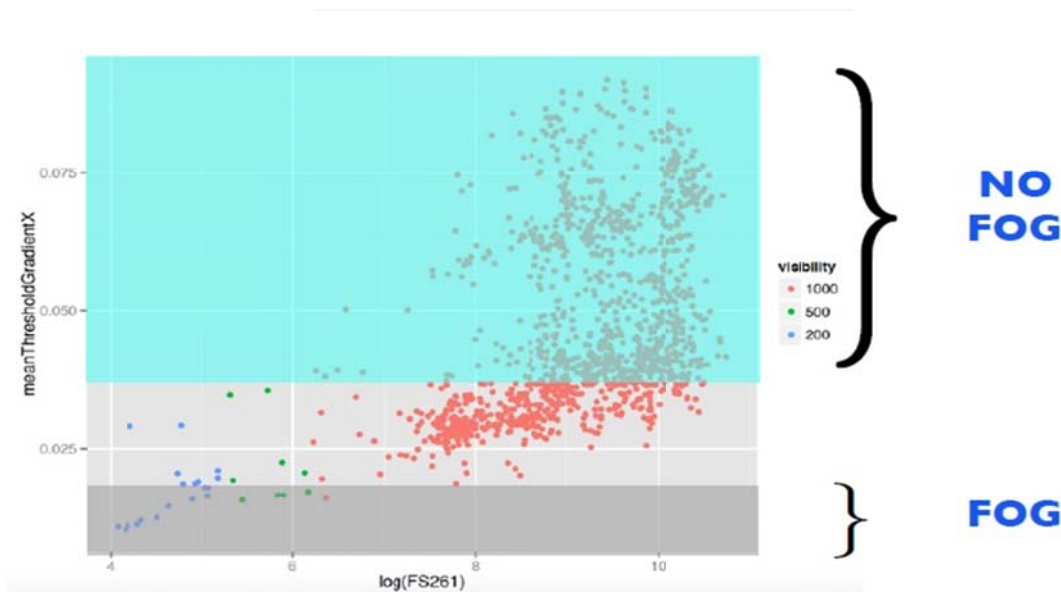
bij $\log(1000) = 6.9$. Onderscheid maken tussen 'mist' en 'geen mist' lukt hiermee wel, maar bij vrij goed zicht (laag mistgetal), zit er zo veel variatie in de MOR's dat het niet goed mogelijk is om uit het mistgetal een zicht in meters af te lezen.

Methode 2: randen zoeken

De eerste methode ging uit van het verschijnsel, dat kleuren vervagen in de mist. De tweede methode benut het feit, dat ook contouren in de mist vervagen. Een contour of rand is een lijn waarop pixels abrupt van kleur veranderen, iets wat een computer vrij makkelijk 'ziet'. Er bestaat al lang software die randen op kan zoeken; dit zit al standaard in foto-bewerkingsprogramma's.

De wiskundigen lieten in mistige en heldere foto's naar randen zoeken. Zoals uit de illustratie hierboven blijkt, is het verschil evident. Ze namen nu het aantal randen als indicator, en keken hoe goed dit overeen kwam met het zicht in de testset foto's van het KNMI.

Uit de analyse bleek, dat een foto met 'veel randen' met zekerheid een foto zonder mist is. Het omgekeerde is minder zeker: als je op grond van het lage aantal randen besluit tot 'mist', is dit in enkele gevallen toch een foto bij helder weer (de laagste rode en groene punten in de grafiek zijn de zogeheten *outliers*). En er is een middengebied waar het aantal randen weinig tot niets over het zicht zegt.



Roberto Castelli van de Vrije Universiteit, die de presentatie deed, vermoedt dat sommige *outliers* foto's zijn, waar er alleen lokaal een dunne laag grondmist boven het weiland hangt. Dan gaat subjectieve inschatting meespelen: 'Als je in een auto rijdt is dit mistig, maar als je fietst of wandelt, is dit niet mistig.'

Ook was volgens Castelli wel duidelijk dat de methode niet goed werkt als het bijna donker is. Ook dan vindt de computer weinig randen in het camerabeeld, hoewel het zicht dan voor een mens nog best meer dan een kilometer kan zijn.

Na de presentatie kreeg Martin Roth van het KNMI het laatste woord:

'Ik vind allebei de methodes voor mist-detectie aantrekkelijk. De twee methodes geven ook dezelfde *outliers*, wat vertrouwen geeft dat ze deugen. Het KNMI moet nu gaan nadenken over wat we precies willen met mist-detectie. Willen we ook zo'n dunne laag mist boven een weiland kunnen detecteren?'

Zoals bij alle groepen, is het verrichte werk in deze week vooral ook de aanzet tot vervolgonderzoek. Roth heeft al ideeën hoe het verder moet: 'Op basis van één foto krijgen we al heel goede resultaten. Ik denk dat we dit nog kunnen verbeteren door tijd-series van foto's te gebruiken voor detectie. In ieder geval is nu veel duidelijker gedefinieerd wat we kunnen doen om dit verder te ontwikkelen.'

Jakub Tomczyk - Univ. Sydney

Peter Frolkovic - STU Bratislava

Chris Stolk - UVA Amsterdam

Christian Reinhardt - VU Amsterdam

Arthur Vromans - TU Eindhoven

Roberto Castelli - VU Amsterdam

Dit probleem is aangedragen door Martin Roth van het KNMI

Resultaten uit het verleden om de rentestand te voorspellen

Ortec Finance gebruikt een wiskundig model om uit onder andere historische data de rentestand tot wel dertig jaar vooruit te voorspellen. Maar kunnen die voorspellingen beter? De Studiegroep analyseerde het model en stelde een nieuwe aanpak voor. 'Precies wat we wilden,' concludeert Alex Boer van Ortec Finance: 'een frisse kijk op hoe we het raamwerk kunnen verbeteren.'

In de toekomst kunnen kijken, dat wil iedereen wel, en dit verlangen leeft zeker ook in de financiële sector. Als je met enige zekerheid de koersen van aandelen kunt voorzien, of de prijs van ruwe olie, dan ziet je eigen toekomst er zeer zonnig uit. Maar ook zinnige inschattingen te maken zonder precies te weten wat er in de toekomst gaat gebeuren is van grote waarde bij bijvoorbeeld het beheren van pensioenen.

Ortec Finance wil graag weten hoe de rente zich de komende maanden, jaren en decennia zal ontwikkelen. Ze gebruiken hiervoor een model, dat ten bevoege van de studiegroep gereduceerd is tot een gestyleerd model dat de maandelijkse rentestand tot 116 jaar terug als input gebruikt, in totaal $12 \times 116 = 1392$ datapunten.

De basis-aanname van het model is simpel: de rente in een zekere maand wordt grotendeels bepaald door de rentestand in de maanden daarvoor, en de rest is een kwestie van blind toeval. De invloed van de rente in het verleden zich laat opdelen in drie trends met verschillende tijdschalen: de korte-termijntrend (maanden), een *business cycle* (jaren) en de lange-termijntrend (decennia). In vaktaal: het model gebruikt drie filterbanden om de data te analyseren. Het model kijkt dus niet naar andere graadmeters als aandelenkoersen, verkiezingsuitslagen, of wat dan ook; in de praktijk gebruikt Ortec Finance natuurlijk veel meer inputs, maar dat is in het vraagstuk weggelaten om tot de essentie te komen.

Aan knoppen draaien

Dit model heeft diverse parameters die je kunt optimaliseren. Anders gezegd: het model heeft een paar 'knoppen' waar je aan kunt draaien, en je kunt de beste stand van de knoppen vinden door te kijken welke stand, op basis van rentes uit het verleden, de beste verklaring voor de huidige rentestand geeft. Naast puur kijken hoe goed het model de historie verklaart en kan voorspellen, is het het ook van belang dat het het gedrag van het model 'logisch' is.

Het draaien aan de knoppen heeft Ortec Finance zelf al gedaan, maar helemaal tevreden zijn ze nog niet. Kun je het mechanisme van het model veranderen of uitbreiden, zodat het als het ware meer knoppen krijgt om aan te draaien?

Ortec gaf de Studiegroep dus een tamelijk vrije opdracht: kijk naar ons model, analyseer het,

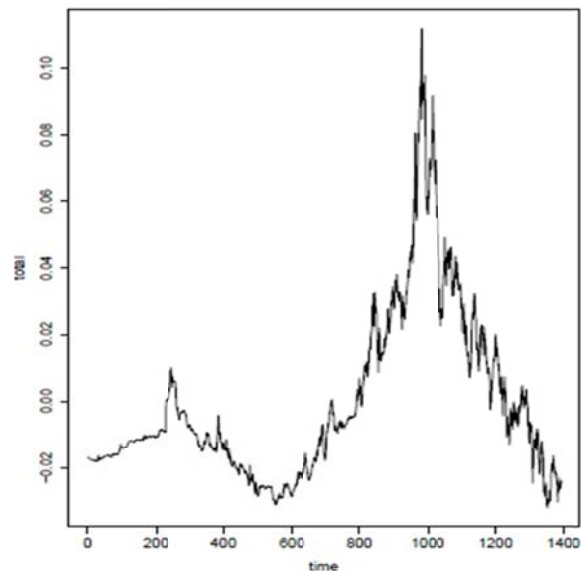
en kom met suggesties voor verbeteringen.

Enige scepsis lijkt sowieso op zijn plaats: resultaten uit het verleden gaven toch nooit garanties voor de toekomst? Alex Boer, die namens Ortec Finance dit probleem aandroeg bij de Studiegroep: 'Natuurlijk is de toekomst niet met zekerheid voorspelbaar, dus ook de rente niet. Maar je weet ook zonder model al dat de rente in de toekomst hoogstwaarschijnlijk ergens tussen 0 en 12 procent zal liggen, dus kennelijk kunnen we er toch wat over zeggen. De voorspellende kracht van ons model is niet heel groot, maar wel aanzienlijk beter dan met een dobbelsteen gooien.'

De vertaalslag maken

Hoewel het door Ortec finance aangedragen model in wezen pure wiskunde is – een reeks getallen gaat erin, er worden geavanceerde berekeningen op toegepast, en daar rollen weer getallen uit – blijkt het voor de wiskundigen op maandag in eerste instantie verrassend moeilijk om grip op de zaak te krijgen. Er is verwarring over de notatie en over de terminologie, wat tot merkbare onzekerheid leidt. Het komt er op neer dat Boer – zelf wiskundige – een uur college staat te geven over financiële modellen, voordat de wiskundigen de vertaalslag hebben gemaakt en weer op bekend terrein zijn.

Een sleutelrol in het model is weggelegd voor de Fourier transformatie, een techniek om grillige, schijnbaar chaotische tijdreeksen van data op te splitsen in een som van tijdreeksen die in enige mate regelmatig zijn. Om een herkenbaar voorbeeld te geven, neem de temperatuur de afgelopen honderd jaar op uur basis. Deze is duidelijk uit elkaar te halen in functuaties gedurende een etmaal ('s nachts is het kouder dan overdag), de seizoenen, en trendmatig gedrag wat we opwarming van de aarde noemen. Door deze drie componenten te onderscheiden kun ook beter wat over de toekomst zeggen: wat de temperatuur over een jaar zal worden weten we natuurlijk nog steeds niet precies, maar het helpt enorm als je weet dat het overdag in augustus is of 's nachts in januari.



[bijscript:] De rentestand in de afgelopen 116 jaar. Voor de wiskundige analyse is het handiger om het gemiddelde over de hele periode op 0 te stellen, waardoor ook negatieve rentes voorkomen.

Voor rentes is de situatie helaas nog wat ingewikkelder dan voor het weer. De digitale Fourier transformatie biedt echter een raamwerk om elke willekeurige tijdreeks op te splitsen in een groot aantal tijdreeksen met periodes variërend van kort tot lang. Sommige van die tijdreeksen zullen nauwelijks invloed hebben op de rentestand, andere meer. Door al die tijdreeksen te verdelen over drie groepen – filterbanden - kun je de bovengenoemde drie trends afzonderlijk analyseren: korte-termijn, *business cycle* en lange-termijn.

Ruis in de rente

Over één ding is in ieder geval iedereen het eens, namelijk dat de toekomst op z'n best maar voor een deel voorspelbaar is. Daarom neemt het model aan, dat de rente in de komende maand voor een bepaald percentage wordt bepaald door de rente in de maand daarvoor, en verder door 'ruis', een niet analyseerbaar, *random* restant.

Welk percentage van de toekomstige rente wordt bepaald door de maand ervoor? Dat wordt voor elk van de drie filterbanden apart bepaald door te kijken naar de historische data: je kunt gewoon uitproberen bij welk percentage het minste ruis in de desbetreffende filterband overblijft.

Deze drie percentages zijn de eerder genoemde knoppen in het model, waar je aan moet draaien om een zo goed mogelijke voorspelling te doen.

Alle wiskundigen kennen de Fourier transformatie, en toen de groep zich de overige aspecten van het model ook eigen had gemaakt, was men er snel van overtuigd dat ze met deze opdracht goed uit de voeten konden. De rest van de week wordt er gestaag, maar zonder overmatige stress verder gewerkt. 'Als we een goed model vinden, hoeven we nooit meer te werken', grapt een van de leden bij een volgend bezoek aan de groep.

Opsplitsen werkt

Bij hun presentatie op vrijdagochtend kon de groep een paar algemene, theoretische resultaten presenteren, die van belang zijn om dit type modellen verder uit te breiden. Het belangrijkste resultaat is wellicht, dat het opsplitsen van de data in diverse filterbanden inderdaad werkt: de groep kon bewijzen, dat als je voor elke filterband apart aan de knoppen van het model draait, de totale fout minder is dan wanneer je dit doet voor alle data bij elkaar.

Verder hebben ze zich gebogen over de kwestie of de drie filterbanden die Ortec Finance gebruikt wel optimaal zijn. De opsplitsing in een korte-termijntrend van maanden, een *business cycle* van jaren en een lange-termijntrend van decennia is gebaseerd op 'economische heuristiek', dat wil zeggen: een informele mix van theorieën en ervaringsregels over welke economische processen de rentestand bepalen.

Maar gegeven een set historische data, kun je ook gewoon uitrekenen welke driedeling het beste die data verklaart, in wezen door alle mogelijke driedelingen uit te proberen. Dat zijn er bijna twee miljoen, dus de groep schreef daar een computerprogramma voor.

De Fourier-transformatie transformeert de data tot periodieke tijdreeksen met 1392 verschillende frequenties (net zoveel als er datapunten zijn). De allerlaagste frequentie kijkt alleen naar de periodieke beweging van de rentestand over de hele periode van 116 jaar, de hoogste frequentie alleen naar de beweging van maand tot maand.

Het computerprogramma gaf als resultaat, dat de groepering van al die frequenties in drie filterbanden optimaal is als de korte-termijnband de hoogste 644 frequenties omvat, de *business cycle* de middelste 396, en de lange-termijn trend de laagste 352. Wanneer je dat doet, is het restant aan 'ruis' in de rentestand het kleinst.

Geen voorspellingen

Ortec vroeg de studiegroep aan het begin van de week niet expliciet om betere voorspellingen van de rentestand, het ging hen om een analyse van het nu gebruikte model en ideeën voor verbetering.

Inderdaad stelt Aleksander Czechowski op het eind van de presentatie: 'We hebben niet getest hoe goed ons model de rentestand voorspelt'

Dit leidt wel tot enige verbazing onder de overige wiskundigen in het publiek. Weliswaar zijn echte voorspellingen niet te checken - immers, je zou minstens een paar maanden moeten afwachten hoe de rentestand zich ontwikkelt – maar 'retrodictie' was wel mogelijk geweest. Je stopt dan de historische rentestanden van, zeg, vijf tot tien jaar geleden in je model om te kijken hoe goed dit de historische rentestanden van de meest recente vijf jaar 'voorspelt'.

Voor Ortec Finance was dit echter geen *must*, 'testen hoe goed het geoptimaliseerde model voorspelt kunnen we zelf ook zo doen'. De belangrijkste toegevoegde waarde echter is dat het raamwerk wiskundig veel beter uitgewerkt is.

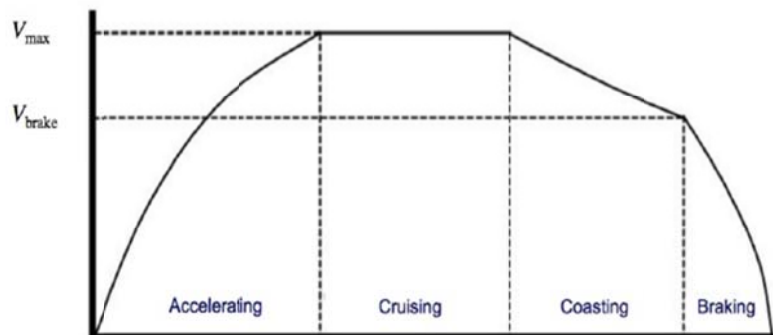
In zijn slotwoord na de presentatie toont Alex Boer van Ortec Finance zich tevreden. 'Dit is precies wat we wilden,' concludeert hij, 'een frisse kijk op ons raamwerk en hoe we het kunnen verbeteren. Zeker het idee om de filterbanden te optimaliseren is heel interessant.'

Zuiniger treinen door een aangepaste dienstregeling

Hoe gelijkmatiger een trein rijdt, hoe zuiniger. Maar de overvolle Nederlandse dienstregeling vergt vaak maximaal optrekken en remmen. De wiskundigen vonden toch nog mogelijkheden tot energiebesparing tussen deze smalle marges. Gabor Maroti van NS: 'Fascinerend, wat een verscheidenheid aan ideeën uit deze groep komt.'

Wie op de website van de NS zijn treinreis vergelijkt met de overeenkomstige autorit, ziet dat hij minstens 75 % CO₂-uitstoot bespaart (of 95%, als die trein geacht wordt op groene stroom te rijden). Met gemiddeld 1,1 miljoen passagiersritten per dag tikt dat lekker aan. Niettemin zou de NS graag nog meer energie besparen, door treinen zuiniger te laten rijden.

De gezamenlijke treinen in Nederland consumeren nu gemiddeld ongeveer 300 megawatt, de productie van een middelgrote elektriciteitscentrale. Maar dat is het gemiddelde; er zijn grote pieken tijdens de ochtend- en avond-spits, en een lange, diepe dip tijdens de nacht.



Gabor Maroti, onderzoeker bij de NS-afdeling Process Innovation, liet bij de presentatie op maandagochtend zien dat voor één rit, onder ideale omstandigheden, de optimaal zuinige oplossing al gevonden is. Die bestaat achtereenvolgens uit: maximaal accelereren tot de hoogst toegestane snelheid (*accelerating*), deze snelheid vasthouden (*cruising*), de trein uit laten rollen tot de snelheid waarop de machinist moet beginnen met remmen (*coasting*), en remmen (*braking*). De meeste energie wordt verbruikt tijdens *accelerating* en de rest tijdens *cruising*, terwijl *coasting* en remmen uiteraard geen energie kosten.

Een interessante nieuwe ontwikkeling zal deze week trouwens buiten beschouwing blijven: sommige moderne treintypen kunnen energie terugwinnen bij het afremmen, omdat de remmen als generatoren werken en stroom opwekken. Maroti verwacht echter, dat het nog

jaren zal duren eer deze optie in Nederland een substantiële bijdrage gaat leveren. Hoewel het optimale snelheidsprofiel voor één vrije rit dus al bekend is, ligt dit voor meerdere ritten een stuk ingewikkelder. Zo moet een trein onderweg vaak op een voorgeschreven tijd een bepaald punt gepasseerd zijn, bijvoorbeeld omdat het traject enkelspoor is en er een andere trein achteraan komt. NS (en ProRail) noemen dit 'dienstregelpunten'. Dat kan een aansluiting zijn, een inhaalspoor, een brug, een goederen-enplacement, of nog iets anders. De werkgroep noemt deze dienstregelpunten deze week hubs.

Dit is niet hetzelfde als een extra stop, omdat een hub met een, binnen bepaalde grenzen, willekeurige snelheid gepasseerd mag worden. Ritten beïnvloeden elkaar dus, en dan is het veel moeilijker om een optimale oplossing te vinden. Daarom werden de wiskundigen uitgenodigd, om alle aspecten van de NS-dienstregeling te bekijken en met suggesties voor verbeteringen te komen.

En dan is er nog de weerbarstige praktijk van alledag. Maroti: 'Sommige machinisten zijn niet zo erg geïnteresseerd in zuinig met energie omgaan. Anderen maken er juist een sport van om zo zuinig mogelijk te rijden. Maar dat telt allemaal natuurlijk niet meer als een trein vertraging heeft, en de machinist nog op tijd bij het volgende station probeert te komen.'

Ruwe schattingen

Bij de eerste bespreking heeft de groep geen moeite om het door de NS voorgeschotelde probleem in een wiskundige vorm te gieten. Voor het energieverbruik van een trein levert de natuurkunde relatief simpele formules aan, waarmee in principe goed te rekenen valt. Het energieverbruik bestaat uit twee delen: de meeste energie is nodig om de trein te versnellen vanuit stilstand, of vanuit een lage naar een hogere snelheid (*accelerating*). Daarnaast moet de wrijving die de trein ondervindt door lucht- en rol-weerstand overwonnen worden, zowel tijdens *accelerating* als tijdens *cruising*, wanneer de snelheid constant is.

De energie benodigd voor het versnellen is afhankelijk van de massa van de trein, en de formule voor de wrijvingskracht bevat een paar constantes, getallen die afhangen van het type trein (en hoeveel wagons die heeft, en of die vol zitten, bijvoorbeeld). Hoewel Gabor Maroti toezegt een aantal gegevens op te zullen zoeken, zal dat het probleem niet zijn: 'Wat betreft die constantes gaat het om ruwe schattingen. Maar als er treinen uit de berekening rollen die sneller gaan dan het licht, moet je misschien toch je constantes aanpassen.'

De groep besluit al snel om het probleem – en zichzelf - in tweeën te splitsen: een subgroep gaat werken aan een optimaal snelheidsprofiel van één rit, de andere subgroep gaat proberen de dienstregeling als geheel energiezuiniger te maken. Omdat de NS dienstregeling op één dag bestaat uit ongeveer tienduizend getimed 'gebeurtenissen' (vertrek, aankomst, passeren van een wissel, etc.) zal je hier zonder computerondersteuning niet ver komen. Guus Regts, van de Universiteit van Amsterdam: 'Zijn jullie een beetje handig met computers?' Uit zijn subgroep komen opmerkingen als 'Niet echt', maar dat is hopelijk valse bescheidenheid.

Ook per subgroep heeft het probleem nog meerdere aspecten, die vast niet allemaal in een week aan bod kunnen komen. Maroti: 'We komen hier met een heleboel vragen, aarzel niet om de meeste te laten vallen. We konden niet voorspellen welke voor jullie interessant zouden zijn.'

Van Schiphol naar Enschede

De eerste subgroep besluit om één traject, een intercity-trein van Schiphol met als eindbestemming Enschede, tot in détail door te rekenen op basis van werkelijke gegevens. Om

het energieverbruik van de trein te berekenen, moet je op elk moment zijn snelheid weten. Zo'n snelheidsprofiel zal een zeer hobbelige grafiek zijn, want de trein moet uiteraard stoppen bij tussenliggende stations, en heeft dan snelheid nul, terwijl tussen stations meestal ergens de maximale snelheid bereikt wordt.

In theorie zijn er oneindig veel snelheidsprofielen mogelijk, omdat de machinist elke fractie van een seconde de optie heeft om wel of niet te accelereren of te remmen.

Maar om er aan te kunnen rekenen, wordt de zaak drastisch vereenvoudigd: tussen elke twee stations wordt de snelheidscurve in de grafiek opgedeeld in een aantal rechte stukken. Een computer kan met veel rekenwerk bepalen, welke van die 'stuksgewijs lineaire' snelheidsprofielen het minste energie kost, en dat minimum zal heel dicht bij het ideale minimum – zonder die beperkingen - liggen.

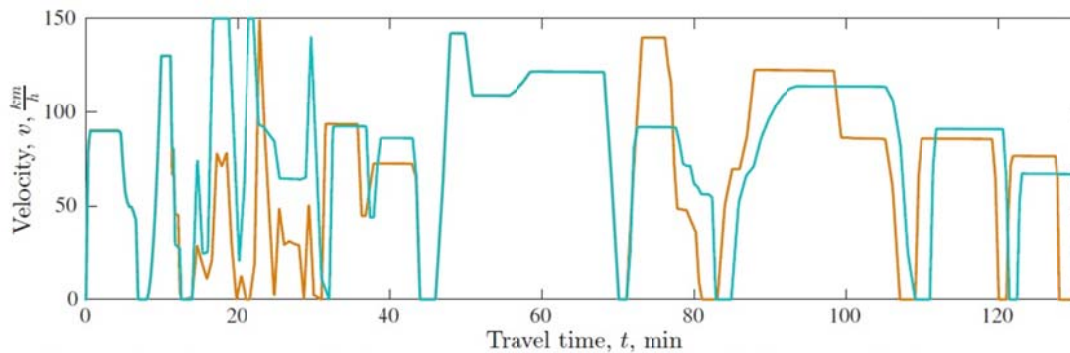
Als je alle aankomst- en vertrektijden en alle hubs als gegeven beschouwt, vind je daarvoor een snelheidsprofiel met minimale energie over het hele traject Schiphol-Enschede.

Dit ideale profiel zal weinig afwijken van wat in de praktijk nu al gereden wordt. Dit komt ook, omdat de Nederlandse treindienstregeling heel strak in elkaar zit. Michael Muskulus, van de universiteit Leiden: 'Ze gaven ons een dienstregeling waar je je bijna niet aan kunt houden. Op veel segmenten is die zo strak, dat de machinist alleen maar maximaal kan accelereren en remmen om op tijd bij de volgende hub of het volgende station te komen.'

Dat roept de vraag op: waar valt nog winst te behalen? De volgende dag is volgens Guus de Regt wel duidelijk welke kant het op gaat: 'Wat vooral gaat gebeuren, is schuiven met de hubs.' Tijdens de presentatie op vrijdag komt de groep met cijfers: als er helemaal geen hubs waren, alleen stops op stations, zouden treinen wel 50% zuiniger kunnen rijden. Hubs zijn op een druk spoornetwerk weliswaar onvermijdelijk, maar door op een traject subtiel in de tijd te schuiven met de hubs, kun je 5% energie besparen als de totale reistijd hetzelfde moet blijven. Mag de reistijd langer worden, dan kun je tot 30% energie besparen.

Dit geldt, als je één traject bekijkt. Maar het verschuiven van een hub op het intercity-traject Schiphol-Enschede zal consequenties hebben voor hubs op andere trajecten, bijvoorbeeld voor de stoptreinen die ook van het spoor tussen Schiphol en Enschede gebruik maken. Uiteraard spreekt het niet vanzelf, dat het verschuiven van deze hubs voor die stoptreinen ook een zuiniger snelheidsprofiel oplevert.

De Regt: 'Als je op één traject iets kunt verbeteren, betekent dat in principe, dat je ook in het hele treinennetwerk dingen kunt verbeteren. Maar dan moet je alle hubs in de dienstregeling tegelijk en in samenhang verschuiven.'



[bijscript] Optimaal snelheidsprofiel (blauw) voor het traject Schiphol-Enschede, rekening houdend met *hubs*, punten tussen stations die op een bepaalde tijd gepasseerd moeten zijn. Zonder *hubs* is het optimale

snelheidsprofiel oranje (dit valt deels samen met het blauwe profiel). Door een beetje te schuiven met de *hubs*, is bij gelijke reistijd een energiebesparing van 5 % mogelijk. Als de reistijd langer mag, is een besparing van 30% mogelijk.

Schuiven met hubs

Het optimaliseren van de dienstregeling als geheel was het onderwerp voor de tweede subgroep. Als je alle aankomst-, vertrek-, en hubtijden als gegeven beschouwt, kan een computer met de methode van de eerste subgroep in dertig seconden een optimaal snelheidsprofiel voor één traject berekenen. Voor het Nederlandse spoorwegnet als geheel duurt dat twee uur.

Dat is echter geen optimaal energiezuinige oplossing, omdat al op het traject Schiphol-Enschede was gebleken, dat je de meeste winst juist kunt behalen door te schuiven met de hubs (en eventueel met de aankomsttijden bij tussenliggende stations). Maar als je in de hele dienstregeling met hubs gaat schuiven, wordt het aantal mogelijkheden gigantisch groot. En iedere keer als je een nieuwe indeling probeert, moet je voor alle trajecten opnieuw een optimaal snelheidsprofiel zoeken, en vervolgens kijken of die allemaal samen een energiezuiniger dienstregeling opleveren.

Bij de eindpresentatie presenteerde de groep al een aanzet om het zoeken naar een optimaal snelheidsprofiel te versnellen, de *quick heuristic* (zoiets als 'vlotte vuistregel'), waarbij maar een heel beperkt aantal mogelijke combinaties van *accellereren*, *cruisen* en *coasten* wordt onderzocht.

Majid Salmani, van oppert tijdens de presentatie mondeling nog een idee: 'Een systeem dat real time controleert hoe energiezuinig er gereden wordt, en de machinist adviseert.' Maar dit systeem moet wel alles in samenhang bekijken. Bij nader inzien is dat nu nog niet haalbaar: 'Als ergens een trein vertraging oploopt, moet je nu twee uur rekenen om de hele dienstregeling bij te stellen.'

Gabor Maroti van NS kon het wel waarderen: 'Het is fascinerend om te zien, wat een verscheidenheid aan ideeën uit deze groep komt.'

Een belangrijke conclusie van de groep was, dat er een veel snellere 'optimale energie-vinder' nodig is. Wat je eigenlijk wilt, is één formule voor een optimaal snelheidsprofiel, waar je slechts de aankomst- vertrek- en hub-tijden in hoeft te voeren, zodat de computer vrijwel onmiddellijk een antwoord geeft. Wiskundigen spreken dan van een 'analytische oplossing', in tegenstelling tot de bovenbeschreven 'numerieke oplossing', die een computer twee uur kost om een nieuwe indeling door te rekenen. Dat is wellicht een geschikte uitdaging voor een volgende Studiegroep Wiskunde met de Industrie.

Het beheersen van een kilometerslange trein kippen

Het verwerken van slachtkippen gebeurt letterlijk aan de lopende band, met duizenden per uur. Voedselproducenten willen een zo hoog mogelijke bandsnelheid, maar dat verkort de levensduur van de band en maakt storingen waarschijnlijker. Wat is een geschikt model om de controle over een kilometerslange lopende band te verbeteren?

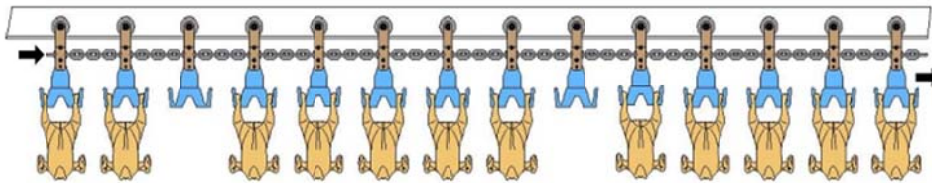
Het probleem dat Patrick Kruysen van Marel dit jaar bij de Studiegroep neerlegt, bleek verrassend complex. Marel levert machines en complete productielijnen voor de verwerking van vis, vlees en pluimvee. In een moderne fabriek die kippen verwerkt tot producten voor de supermarkt, hangen de van verenkleed en ingewanden ontdane kippen aan een in het rond lopende band die tot wel vijftien kilometer lang kan zijn. Die lengte is het gevolg van twee tegenstrijdige eisen: de producent wil veel kippen per uur verwerken, maar de kippen moet ook afgekoeld worden tot een temperatuur waarop ze lang bewaard kunnen worden, en dat duurt twee à drie uur. Daarom moet er kilometers lopende band worden 'opgevouwen' in de koelcel. Als de band vol is, hangt er ruim zestig ton kip aan de band.

Chilling chickens



Om de band in beweging te houden, is ongeveer elke honderd meter een elektromotor op de band aangesloten. Uiteraard moeten alle delen van de band met grote nauwkeurigheid even snel bewegen, anders ontstaan er kinken en kan hij vastlopen, of zelfs breken. En dat is, vanwege het productieverlies, extreem duur: elke minuut stilstand kost rond de 250 euro. Er zit een feedback-systeem op de band om ervoor te zorgen dat alle elektromotoren de juiste

aandrijfkraft leveren en er niet te veel, maar ook niet te weinig spanning op de band staat. Marel heeft echter gemerkt dat dit systeem tegen de grens van zijn mogelijkheden aan zit. Omdat producenten een steeds hogere bandsnelheid willen, moet het feedback-systeem steeds meer spanning op de band zetten, maar hierdoor slijten de schakels sneller en neemt de levensduur van de band als geheel af. De winst door een snellere productie dreigt dan verloren te gaan doordat de band vaker vervangen moet worden. Aan de wiskundigen de vraag, bij monde van Patrick Kruysen: 'Is wat we vandaag doen de slimste manier om de band onder controle te houden?'



Bijschrift: De band bestaat uit over een rail rollende karretjes, die verbonden zijn door een stukje ketting van ongeveer 15 centimeter. Aan elke schakel kan een kip van anderhalf à twee kilo hangen.

Een telkens ingekorte lopende band

Al bij de presentatie, maar ook later in de week, blijkt dit het probleem van de zes waar de wiskundigen het moeilijkst vat op krijgen. De lopende band met kippen is een groot, gecompliceerd systeem met veel verschillende onderdelen, terwijl niet meteen duidelijk is welke onderdelen relevant zijn voor het probleem van Marel. Ook is het voor de wiskundigen lastig om zich het functioneren van zo'n lopende band in de praktijk voor te stellen. Er zijn ook kleine misverstanden: Kruysen vertelt in zijn presentatie, in het Engels, dat de schakels van de lopende band door slijtage langzaam uitrekken. Daarom worden iedere week een paar schakels '*removed*'. Maar op den duur, als de band te veel is uitgerekt, moet hij toch in z'n geheel vervangen worden.

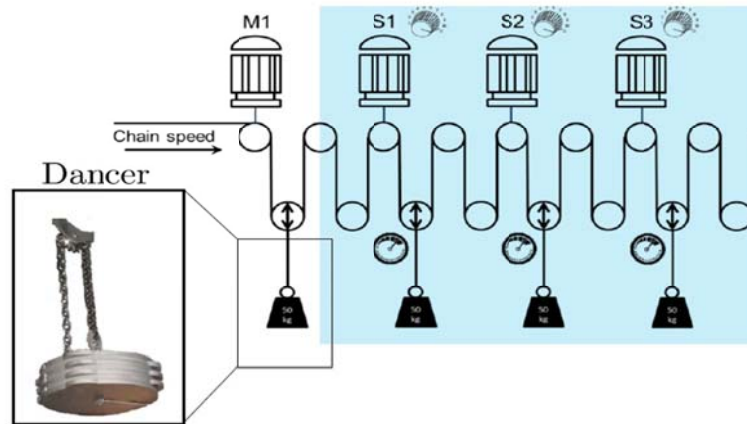
Wat heeft het voor zin om telkens een paar schakels te vervangen, vragen diverse mensen in de zaal zich af, daarmee voorkom je toch niet dat de band uitrekt? Het duurt even voordat men helder heeft, dat '*removed*' niet betekent 'vervangen', maar 'weggehaald'. De band wordt dus iedere week met een paar schakels ingekort om het uitrekken te compenseren.

Bij de eerste besprekingen van de groep – met slechts drie wiskundigen de kleinste van de zes – blijft het tasten en zoeken. Dat is niet ongebruikelijk bij deze werkgroepen; in het begin is het vooral zaak, de vraag duidelijker te krijgen. De vertegenwoordigers van Marel tekenen opnieuw een schema van het controlesysteem van de band op het whiteboard, en gaan verder in op de details.

Het feedback-systeem om de band strak te houden maakt gebruik van *dancers*. Een dancer is een grote katrol waar de lopende band in een lus omheen loopt. De dancer kan langs een geleiderail horizontaal bewegen, en zo de lus langer of korter maken, ter compensatie als de elektromotor iets te snel, respectievelijk te langzaam nieuwe kippen aanvoert.

De dancer houdt een constante spanning op de band doordat er – via een kleine katrol – een gewicht aan hangt, zodat de lus in principe altijd strak blijft. De positie van de dancer regelt ook de snelheid van de motor: als de lus langer wordt, moet de motor minder snel draaien, wordt de lus korter, dan moet hij juist sneller.

Met het opvoeren van de bandsnelheid steeg in de praktijk het benodigde gewicht om de danser in het gareel te houden van 50 naar 80 kilo. Dat extra gewicht is nodig om de hogere pieken in de kracht op de band op te vangen. Zulke piekkrachten zijn moeilijk te vermijden in een kilometers lange band waar tonnen slingerende kippen aan hangen. Maar door die hogere piekkrachten slijt de band sneller.



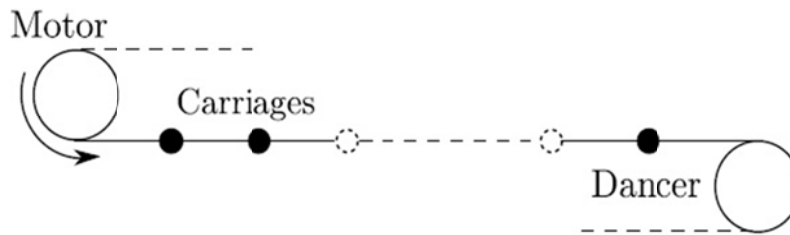
Bijchrift: schema van de lopende band met kippen, een master motor (M1) die de bandsnelheid bepaalt, een aantal 'slaaf'-motoren (S1, S2,S3) die de band verder doorvoeren, en na elke motor een *dancer*.

Levensecht model van een slachtkip

De eerste dag doet de groep een poging de band met kippen te modelleren als een lange keten van gekoppelde veren. Elke schakel bestaat uit diverse spiraalveren (omdat daarvoor een simpel verband tussen uitrekking en trekkracht geldt) en tussen elke twee schakels zit ook een veer. Maar de volgende ochtend wordt dit model weer verlaten, omdat het tot zeer ingewikkelde berekeningen blijkt te leiden, waarvan de relevantie ook niet meteen duidelijk is. Wat nu?

Gelukkig hebben de vertegenwoordigers van Marel vandaag een 1:1 schaalmodel meegenomen van een schakel van de ketting, inclusief een levensechte, plastic slachtkip. Nu ze het basiselement van de lopende band letterlijk in handen hebben, krijgen de wiskundigen opeens meer gevoel voor wat het probleem is.

De tweede dag wordt men het snel eens over een nieuw model: elke schakel met kip is als het ware een treinwagonnetje (*carriage*) dat over een rails rijdt, met een ketting naar zijn voorganger en achterligger. Als een ketting strak staat, is de kracht aan beide kanten hetzelfde, als de ketting slap hangt is die kracht (vrijwel) nul.



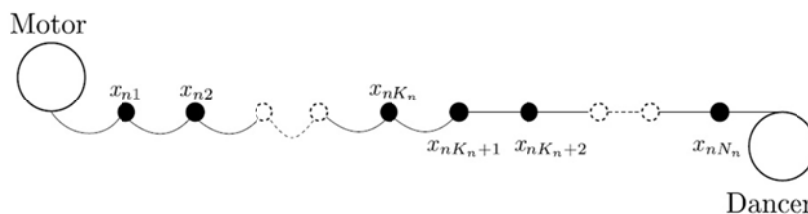
Bijschrift: het model bekijkt in eerste instantie één motor met bijbehorende dancer.

De groep besluit om eerst één sectie van de band te modelleren, die loopt van een motor tot aan een dancer. Inmiddels is men er ook van overtuigd, dat het op den duur uitrekken van de ketting tussen de schakels een belangrijke oorzaak van de instabiliteit van de band is. Daardoor komt er namelijk speling in de ketting als de schakels door het tandrad van de elektromotor worden opgepikt en doorgevoerd. Deze speling moet door de dancer voortdurend uit de ketting getrokken worden om de band strak te houden.

Lastige vertaalslag

Na de valse start met het verenmodel, is dit inzicht een doorbraak bij het bouwen van een goed model. Dat het bij deze groep langer duurde dan bij de anderen, komt waarschijnlijk doordat dit het meest 'grofstoffelijke' probleem is. Welke wiskunde moet je toepassen op een lopende band met duizenden tegen elkaar aan rammelende onderdelen? Die vertaalslag is een stuk lastiger dan, bijvoorbeeld, bij een financieel model om de rentestand te voorspellen, dat al bijna pure wiskunde is.

Vivi Rottschäfer van de universiteit Leiden, die al vaker aan de Studiegroep Wiskunde en Industrie heeft meegedaan: 'We hebben alledrie ook een natuurkunde-achtergrond, dus aan ons technisch inzicht zal het niet aan gelegen hebben. Overigens is het bij deze Studiegroepen heel normaal dat je in het begin moeilijk grip krijgt op een probleem.'



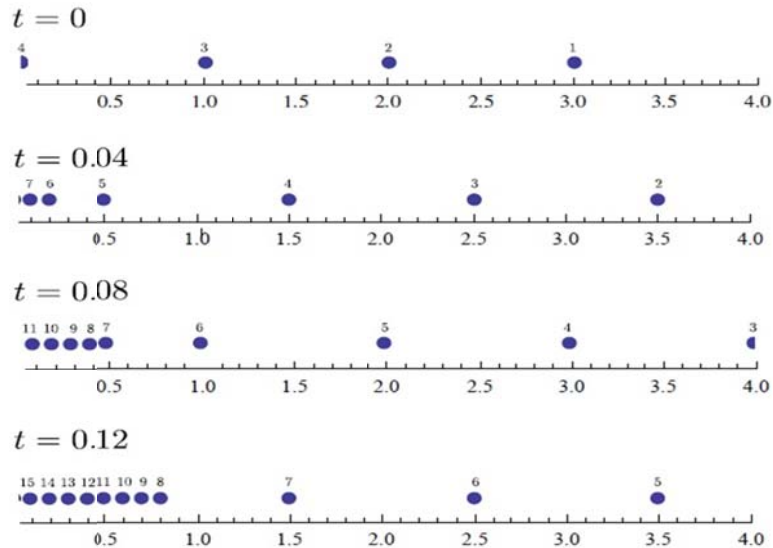
Bijschrift: een belangrijk concept bleek 'speling' (*slack*) in de band. De ketting rekt door slijtage op den duur een klein beetje uit, waardoor die niet meer strak van het tandrad van de elektromotor af komt.

Het treintjesmodel

Het model van treinwagonnetjes verbonden door kettingen is relatief simpel in wiskundige vergelijkingen te vatten. Voor elk wagonnetje afzonderlijk - en voor een treintje van wagons met strakke ketting ertussen - gelden de bekende bewegingswetten van Newton die ook op de middelbare school behandeld worden. De oplossingen daarvan in deze situatie zijn allang bekend. Wat de zaak compliceert, is dat er tussen de motor en de dancer telkens 'gebeurtenissen' plaatsvinden waardoor de vergelijkingen veranderen: er komt een wagon bij, er gaat een wagon af, de ketting tussen elk paar wagons kan van strak in slap veranderen of

omgekeerd, en twee wagons kunnen botsen (dat is een faalmoment waarop de hele trein wordt stopgezet). Dat vergt een nauwkeurige administratie van alle mogelijkheden op elk moment, maar dat is voor een computersimulatie in principe geen probleem.

Niettemin, het moet nog wel als correct werkende numerieke code worden opgeschreven. Bij het diner op woensdag zit ik toevallig naast Thomas de Jong, die hieraan werkt. Telkens als het gesprek even stopt, gaat zijn blik op oneindig: hij zit in zijn hoofd code te tikken voor het model van de kippen-express. 'Gisteravond heb ik tot laat in de avond doorgewerkt,' zegt hij. 'Als ik aan een wiskundig probleem bezig ben, vind ik het moeilijk om die knop om te draaien. Dan ben ik er in mijn hoofd voortdurend mee bezig.'



Bijschrift: Simulatie van het gedrag van een stuk band tussen een motor en een dancer. Zo is het minimale gewicht te bepalen dat aan de dancer moet hangen om de band strak te houden. Hier is dat gewicht onvoldoende; er ontstaat links een file van karretjes waartussen de ketting slap hangt.

De simulatie van de kippentrein

Eind van de week kan de groep een simulatie van de kippentrein presenteren die laat zien wat er gebeurt als de dancer te weinig trekkracht levert: dan ontstaat er na de motor een file van wagons waartussen de ketting slap hangt, die steeds langer wordt. Door die trekkracht stapje voor stapje te vergroten en de simulatie opnieuw te draaien, kun je uitvinden welk gewicht er minimaal aan de dancer moet hangen om de kippentrein strak te houden.

De eerste reactie van Patrick Kruysen van Marel is positief: 'De simulatie vertoont inderdaad het gedrag dat we ook in de praktijk zien.'

Voor een realistische simulatie van de hele lopende band is nog meer onderzoek nodig. In deze simulatie zijn belangrijke fysische parameters, zoals hoeveel wrijving de karretjes ondervinden, nog geschat. Ook moet nog onderzocht worden, in hoeverre het gedrag verandert als meerdere secties van een motor met dancer achter elkaar gezet worden.

Terugkijkend op de week concludeert Rottschäfer: 'We hebben een mooie eerste stap gezet, waarmee Marel zeker verder gaat.'

Inmiddels zijn deelnemers aan deze werkgroep opnieuw bij Marel langs geweest, en men is al aan een vervolgproject begonnen.

Dankwoord

De Studiegroep Wiskunde met de Industrie werd mogelijk gemaakt door financiële steun van NWO en STW en door de bijdragen van Radboud Universiteit en onze industriële partners (Dümmen Orange, HZPC, Ortec Finance, NS, Marel Stork, KNMI). De bijeenkomst was succesvol door de inbreng van de deelnemende wiskundigen en de transparante en nauwe samenwerking met onze industriële partners. Van harte bedankt!

De organisatoren van SWI 2016