

RADBOUD UNIVERSITEIT NIJMEGEN

HOGЕ ENERGIЕ FYSICA

BACHELOR SCRIPTIE

---

# De zoektocht naar supersymmetrie

---

EEN SYSTEMATISCHE ANALYSE VAN DE STERKE PRODUCTIE VAN EEN  
HIGGS-BOSON BINNEN HET MSSM

*Auteur:*  
Melissa van Beekveld

*Begeleiders:*  
Dr. Wim Beenakker  
Dr. Sascha Caron

12 juli 2013



---

## Voorwoord

Het was een koude vrijdagmiddag waarop ik naar Wim z'n kantoortje kwam en vroeg of hij iets voor me had liggen. 'Wat vind je interessant', vroeg hij. Onnozel dat ik was, antwoordde ik: 'Supersymmetrie'...

Wim wist mij te vertellen dat Dr. Sascha Caron nog wel een onderwerp had liggen dat te maken had met supersymmetrie. Hij wist er zelf ook niet het fijne van, maar dat zou later allemaal nog wel komen. Een kleine week later gingen we in gesprek met Sascha, die op een zeer enthousiaste wijze (een die hij, wonderbaarlijk genoeg, mijn complete stage heeft weten vol te houden) vertelde over zijn idee. Ik knikte uiteindelijk ja, niet volledig bevattend waar ik eigenlijk ja op knikte door de enorme snelheid van zijn betoog, en zo begon ik aan mijn bachelorstage.

Het begon als een enorm zwart gat. Het voelde alsof ik naar de overkant van een (ontzettend brede en woeste) rivier moest komen met enkel een paar plankjes. Ik snapte er werkelijk helemaal niets van. Hoe kun je nou van die paar plankjes een kilometerslange brug maken? Dat is toch simpelweg onmogelijk?

Gelukkig verschenen er weldra ook spijkers en een hamer. En na veel lezen, veel vragen, veel luisteren en nog meer lezen vielen steeds meer puzzelstukjes op zijn plek. Tot op het punt dat ik nu eindelijk weet<sup>1</sup> wat ik aan het doen ben!

Tussendoor mocht ik ook 'even', 'leuk', een presentatie doen bij een meeting van een SUSY team van de ATLAS-collaboratie. Huiverend heb ik hierop ja gezegd. Uiteindelijk, met veel hulp van Sascha en Wim, ging het eigenlijk nog best prima. Bedankt Sascha, voor deze geweldige kans.

En nu ligt hier mijn scriptie. Een afsluiting van mijn bacheloropleiding. Ik wil in ieder geval Wim en Sascha bedanken voor de gezellige en nuttige bijeenkomsten. En Sascha: thee van 50 cent per zakje is geen goed idee ...

---

<sup>1</sup>of denk te weten...

---

## Aannames

In deze scriptie wordt er een aantal aannames gemaakt. Hier staan ze allemaal op een rijtje.

- Het MSSM<sup>2</sup> klopt.
- Quarks en gluonen (constituenten van het proton) in de LHC<sup>3</sup> kunnen botsen en zo squarks vormen.
- $M_{\tilde{\chi}_2^0} - M_{\tilde{\chi}_1^0} > 125$  GeV.
- $\tilde{\chi}_1^0$  is het lichtste SUSY<sup>4</sup>-deeltje.
- R-pariteit wordt niet geschonden.
- $h_0$  is het supersymmetrische Higgs-boson en lijkt sterk op het Higgs-boson voorspeld vanuit het SM (standaardmodel), wat we onlangs denken gevonden te hebben. De vier andere MSSM Higgs-deeltjes hebben een massa die veel groter is dan 125 GeV.
- De squarks zijn in ieder geval zwaarder dan de twee lichtste neutralino's.
- Gemotiveerd door de gaugino massa unificatie hypothese nemen we aan dat gluino's veel zwaarder zijn dan squarks.
- Het maakt niet uit als we een aantal trilineaire koppelingen op nul zetten.

---

<sup>2</sup>*Minimal supersymmetric standard model*

<sup>3</sup>*Large hadron collider*

<sup>4</sup>Supersymmetrisch

## Inhoudsopgave

<b>1</b>	<b>Introductie</b>	<b>1</b>
<b>2</b>	<b>Supersymmetrie: de theorie van echt alles?</b>	<b>2</b>
2.1	Standaardmodel . . . . .	2
2.2	Onopgeloste problemen . . . . .	4
2.2.1	Donkere materie . . . . .	4
2.2.2	Hierarchieprobleem . . . . .	6
2.3	De oplossing? . . . . .	7
2.4	Plan van aanpak . . . . .	8
<b>3</b>	<b>Neutralino-mixing matrix</b>	<b>9</b>
3.1	Analytische oplossing van de vierdegraadsvergelijking . . . . .	11
3.2	Eigenvectoren van de neutralino-mixing matrix . . . . .	13
<b>4</b>	<b>Analysen van de eigenwaarden en eigenvectoren</b>	<b>14</b>
4.1	Verval van $\tilde{\chi}_2^0$ in $\tilde{\chi}_1^0$ . . . . .	14
4.2	Eigenwaarden . . . . .	15
4.3	Eigenvectoren . . . . .	16
<b>5</b>	<b>Botsingsdoorsnede</b>	<b>18</b>
5.1	Verantwoorde keuze voor de verschillende parameters . . . . .	19
5.1.1	De Higgs-massa . . . . .	19
5.1.2	Bron van $\tilde{\chi}_2^0$ . . . . .	20
5.1.3	Overige parameters . . . . .	21
5.2	Relatieve vervalsbreedtes . . . . .	22
5.2.1	Relatieve vervalsbreedtes van het Higgs-boson . . . . .	24
5.3	Verwacht aantal Higgs-bosonen . . . . .	25
5.4	De zoektocht naar supersymmetrie . . . . .	26
<b>6</b>	<b>Conclusie</b>	<b>28</b>
6.1	Vervolgonderzoek . . . . .	28
<b>A</b>	<b>Bewijs diagonaliseren hermitische matrices</b>	<b>31</b>
<b>B</b>	<b>Mathematicacode</b>	<b>32</b>
B.1	Eigenwaarden . . . . .	32
B.2	Eigenvectoren . . . . .	32
B.3	Plot van eigenwaarden en eigenvectoren . . . . .	32
<b>C</b>	<b>Verval van <math>\tilde{\chi}_2^0</math></b>	<b>33</b>
<b>D</b>	<b>Samenvatting van eigenwaardenanalyse</b>	<b>38</b>

## 1 Introductie

We leven in een spannende tijd. Het Higgs-boson is pak hem beet een jaar geleden ontdekt. Dit stelt ons in staat om een scala aan nieuwe fysica te verkennen: de fysica voorbij het standaardmodel. Er zijn een groot aantal problemen die niet door het standaardmodel kan worden opgelost en hiervoor zijn nieuwe theorieën nodig.

Een van die theorieën is supersymmetrie. Binnen deze theorie is er ook plaats voor een kandidaat voor donkere materie. De zoektocht naar donkere materie is na de (hoogstwaarschijnlijke) vondst van het Higgs-deeltje een *hot topic* geworden. Velen doen speculaties naar wat dit deeltje zou kunnen zijn en er zijn veel experimenten die zoeken naar een signatuur van deze mysterieuze materie.

In deze scriptie kijken we naar de productie van een Higgs-boson via de sterke kernkracht. Hierbij maken we de aanname dat protonbotsingen (dus eigenlijk quark- en gluonbotsingen) in de LHC *squarks*<sup>5</sup> kunnen vormen. Deze squarks kunnen (onder de juiste omstandigheden) vervallen naar een donker materie-achtig deeltje en een Higgs-deeltje (waarvan we sinds kort ook de signatuur kennen). Dit donker materie-achtig deeltje zou dezelfde eigenschappen hebben als die we kennen van donkere materie. Het gaat weinig interactie aan met welke materie dan ook, dus het zou de detector verlaten zonder gedetecteerd te worden. De signatuur hiervan staat ook wel bekend als *missing momentum*, ontbrekende impuls.

We vragen ons af of het verval naar een Higgs-boson via een dergelijke sterke interactie squark productieproces mogelijk is binnen de theorie van supersymmetrie en of daarvoor extreme gebieden afgezocht moeten worden. Ook willen we weten hoe vaak een dergelijk proces plaats zou vinden en of we het al gezien kunnen hebben in de LHC<sup>6</sup>.

Hiertoe gaan we eerst uitzoeken wat supersymmetrie eigenlijk is (hoofdstuk 2). Daarna zullen we een analyse uitvoeren op een deel van deze theorie (hoofdstuk 3-4), waarna we de resultaten hiervan gebruiken om een verwacht aantal events uit te rekenen (hoofdstuk 5).

---

<sup>5</sup>Supersymmetrische quarks.

<sup>6</sup>En in dat het geval zou het dus niet bestaan.

## 2 Supersymmetrie: de theorie van echt alles?

### 2.1 Standaardmodel

Het *standaardmodel* (SM) beschrijft de elementaire deeltjes en hun interacties. Elementaire deeltjes zijn deeltjes die niet uit nog kleinere constituenten bestaan. Er zijn twaalf *fermionen* bekend binnen het SM. Fermionen zijn deeltjes met een halftallige spin. Ze zijn verdeeld in drie *families* (of *generaties*). Binnen deze drie families is er nog een onderverdeling gemaakt, namelijk of het deeltje koppelt aan de *sterke kernkracht* of niet. Deeltjes die aan deze kracht koppelen noemen we *quarks*. Deeltjes die dit niet doen heten *leptonen*. In tabel 1 en 2 staan alle bekende fermionen met een aantal eigenschappen. [1]

	Naam	Symbool	Massa	Lading <sup>7</sup>	Isospin
1 <sup>e</sup> familie	up	u	2.3 MeV	$\frac{2}{3} e $	$\frac{1}{2}$
	down	d	4.8 MeV	$-\frac{1}{3} e $	$-\frac{1}{2}$
2 <sup>e</sup> familie	charm	c	1.28 GeV	$\frac{2}{3} e $	$\frac{1}{2}$
	strange	s	95 MeV	$-\frac{1}{3} e $	$-\frac{1}{2}$
3 <sup>e</sup> familie	top	t	173 GeV	$\frac{2}{3} e $	$\frac{1}{2}$
	bottom	b	4.2 GeV	$-\frac{1}{3} e $	$-\frac{1}{2}$

*Tabel 1:* Quarks en hun eigenschappen [2]

	Naam	Symbol	Massa	Lading	Isospin
1 <sup>e</sup> familie	elektronneutrino	$\nu_e$	< 1 eV	0	$\frac{1}{2}$
	elektron	e	0.51 MeV	$- e $	$-\frac{1}{2}$
2 <sup>e</sup> familie	muonneutrino	$\nu_\mu$	< 0.19 MeV	0	$\frac{1}{2}$
	muon	$\mu$	106 MeV	$- e $	$-\frac{1}{2}$
3 <sup>e</sup> familie	tauneutrino	$\nu_\tau$	< 18 MeV	0	$\frac{1}{2}$
	tau	$\tau$	1.78 GeV	$- e $	$-\frac{1}{2}$

*Tabel 2:* Leptonen en hun eigenschappen [2]

Naast deze set deeltjes bestaat er voor elk deeltje ook een *antideeltje*. Deze deeltjes verschillen alleen in lading van het oorspronkelijke deeltje, alle andere kwantumgetallen zijn hetzelfde. Van de fermionen zouden enkel de neutrino's hun eigen antideeltje kunnen zijn, ze hebben namelijk lading 0. Dergelijke deeltjes heten *majorana*-deeltjes. Naar deze deeltjes wordt veel onderzoek gedaan, ze dragen namelijk een aantal problemen met zich mee. Bijvoorbeeld schenden ze mogelijk het leptongetal bij vervalsprocessen<sup>8</sup>. [1]

Fermionen kunnen koppelen aan elkaar. Dit gaat via de uitwisseling van een ander soort elementair deeltje: het boson. Bosonen zijn deeltjes met een heeltallige spin. De interacties via de elektromagnetische kracht, de zwakke kernkracht en de sterke kernkracht zijn beschreven binnen het SM, de zwaartekracht is niet beschreven. Er wordt echter veel onderzoek gedaan naar een dergelijke *unificatietheorie*, waarin alle vier krachten beschreven kunnen worden als één en dezelfde kracht.

De reden dat bosonen in het standaardmodel komen is het *ijkprincipe*. Dit is als volgt te begrijpen: zonder interacties zijn de fermionen vrij. We leggen nu de eis op dat de vrije fermionen lokaal van fase kunnen veranderen. Dit moet de theorie invariant laten. Hierdoor wordt men gedwongen om een *ijkboson* in te voeren, die koppelt met de fermionen. De fermionen zijn dan niet langer vrij. Een fermion kan dus lokaal van fase veranderen als deze een boson uitzendt. Als bijeffect zal dit

<sup>8</sup>Normale leptonische materie heeft leptongetal +1, terwijl leptonische antimaterie leptongetal -1 draagt. Aan gezien een majorana neutrino eigenlijk geen van beide is, zou dit dan leptongetal 0 dragen. Er zijn processen, zoals  $2n \rightarrow 2p + 2e^-$ , die het leptongetal in dat geval niet behouden.

boson ook energie en impuls meenemen. Een verandering van impuls (en dus kracht) is nu een gevolg van een uitwisseling van bosonen. Op deze manier kunnen we de elektromagnetische kracht en de zwakke en de sterke kernkracht in de theorie brengen. [3]

De *elektromagnetische kracht* speelt een rol bij het binden (of afstoten) van twee geladen deeltjes. De kracht komt voort uit het opleggen van een U(1) symmetrie en ze koppelt aan elektrische lading. [1]

De *zwakke kernkracht* speelt een rol bij radioactief verval, waar elektronen en positronen vrijkomen uit een radioactieve kern. De volgende reacties kunnen dan plaatsvinden binnen een atoomkern:

$$\begin{aligned} p &\rightarrow n + e^+ + \nu_e \\ n &\rightarrow p + e^- + \bar{\nu}_e. \end{aligned}$$

Protonen en neutronen bestaan uit up en down quarks, dus het echte verval ziet er als volgt uit:

$$\begin{aligned} u &\rightarrow d + e^+ + \nu_e \\ d &\rightarrow u + e^- + \bar{\nu}_e. \end{aligned}$$

Hier staat de streep boven het neutrino voor het antideeltje. De zwakke kernkracht wordt overgedragen door W en Z bosonen. De dracht en de sterkte van deze kracht in bovengenoemde vervalprocessen is kleiner dan die van de elektromagnetische kracht, dit komt doordat de ijkbosonen die zorgen voor het zwakke verval massa hebben. Ze volgt uit het opleggen van een SU(2) symmetrie. De zwakke kernkracht koppelt enkel aan linkshandige deeltjes en rechtshandige antideeltjes<sup>9</sup>. [1]

De *sterke kernkracht* is de kracht die quarks bindt om zo neutronen en protonen te vormen. De effectieve dracht van deze kracht is groter dan die van de zwakke kernkracht en, zoals de naam al aangeeft, is de kracht sterker dan de zwakke kernkracht. Ze is ook sterker dan de elektromagnetische kracht.

De sterke kernkracht wordt overgedragen door uitwisseling van een gluon. Zowel quarks als gluonen dragen het kwantumgetal *kleur* bij zich. Hierdoor binden gluonen ook aan zichzelf en zullen ze niet, zoals fotonen, tot oneindig kunnen propageren. Dit heeft een consequentie: als we proberen om twee quarks uit elkaar te trekken, zullen de gluonen steeds harder proberen om de quarks bij elkaar te houden. Om twee quarks oneindig ver van elkaar te brengen is dus een oneindige energie nodig. Hierdoor kunnen quarks en gluonen niet op zichzelf bestaan en zal men ze altijd samengesteld zien in *hadronen*. De sterke kernkracht komt voort uit het opleggen van een SU(3) symmetrie. [1]

Interactie	Deeltje	Massa	Relatieve sterkte	Relatief bereik
Sterke kernkracht	gluon, g	0	1	$10^{-15}$ m
Elektromagnetische kracht	foton, $\gamma$	0	$10^{-2}$	$\infty$
Zwakke kernkracht	$W^\pm$	80 GeV	$10^{-6}$	$10^{-18}$ m
	$Z^0$	91 GeV		
Zwaartekracht	graviton	?	$10^{-40}$	$\infty$

*Tabel 3:* Bosonen en hun eigenschappen [2]

Daarnaast is er ook nog het Higgs-boson met een gemeten massa van 125 GeV. Dit deeltje volgt uit een symmetriebreking gecombineerd met ijk-invariantie. Ditzelfde mechanisme zorgt er ook voor dat alle deeltjes massa krijgen. Het geeft zichzelf ook massa, maar de massa van het Higgs-boson is niet te voorspellen met het SM. Het is een zogenaamde *vrije parameter*. Het enige wat de theorie kan voorspellen, is dat het boson een massa ongelijk aan nul moet hebben. [3]

<sup>9</sup>Eigenlijk volgt de elektromagnetische kracht uit de kracht die bindt aan de hyperlading (die wordt overgedragen door het B-boson) en de zwakke kernkracht. De elektrische lading  $Q$  volgt dan uit  $Q = T_3 + \frac{Y}{2}$ , met  $Y$  de hyperlading en  $T_3$  de derde component van de isospin. Dit laatste kwantumgetal vertelt je bijvoorbeeld of je 'boven' of 'onder' in een fermiondoublet bent. Zo heeft het up quark  $T_3 = +\frac{1}{2}$  en het down quark  $T_3 = -\frac{1}{2}$ .



## 2.2 Onopgeloste problemen

Het standaardmodel is een succesvolle theorie, maar helaas laat het een aantal problemen uit de natuurkunde onopgelost. Het geeft namelijk geen omschrijving van donkere materie of zwaartekracht. Daarnaast zijn er een aantal parameters die te klein lijken en is de Higgs-massa niet beschermd voor correcties. De vraag is of er een nog fundamenteelere theorie is die eronder ligt? [4]

### 2.2.1 Donkere materie

Een van de grote problemen uit de natuurkunde is de donkere materie: waaruit bestaat de extra massa die we overal in het heelal waarnemen?

**Bewijs voor donkere materie** De eerste aanwijzing die naar het bestaan van zo iets als donkere materie leidde werd gevonden door een Nederlandse astronoom: Jan Oort. Toen hij in 1932 met zijn telescoop naar de hemel tuurde, viel hem iets vreemds op: de beweging van de sterren in ons stelsel is te snel voor de hoeveelheid massa die we zien.

Volgens de Newtoniaanse wetten zou de snelheid met een  $\frac{1}{\sqrt{R}}$  verband moeten aflopen:

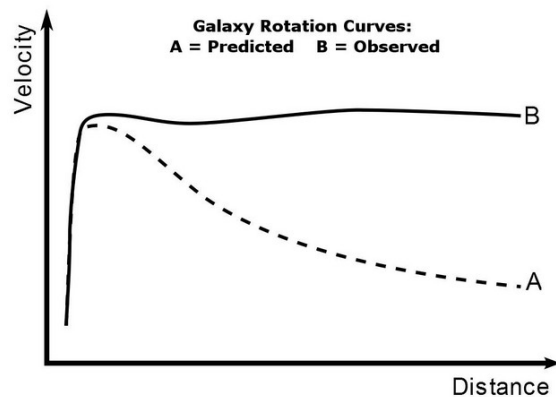
$$\begin{aligned}\frac{mv^2}{R} &= \frac{GmM}{R^2} \\ v &= \sqrt{\frac{GM}{R}} \\ \rightarrow v &\sim \frac{1}{\sqrt{R}}.\end{aligned}$$

Dit zien we echter niet in ons heelal, de curve wordt namelijk gewoon vlak (zie figuur 2.2.1). Dit kan twee dingen betekenen:

- 1. De wetten van Newton zijn niet correct.
- 2. Er is meer materie dan dat wij zien.

Maar deze afwijkende curve is niet de enige aanwijzing dat duidt op de aanwezigheid van meer massa dan dat we zien. [6]

Volgens de algemene relativiteitstheorie van Albert Einstein is de ruimtetijd gekromd. Dit heeft als gevolg dat licht rond zware objecten heen lijkt te buigen, een verschijnsel dat onder de naam *gravitational lensing* gaat. Het beste bewijs dat we van donkere materie hebben met behulp van deze techniek zien we in het *Bullet Cluster*. In dit cluster botsen twee clusters van sterrenstelsels (zie figuur 2).



**Figuur 1: Rotatiecurve van een sterrenstelsel:** De gestippelde lijn gelabeld met A is de curve die je verwacht op grond van de wetten van Newton en de zichtbare hoeveelheid massa, waarbij  $v \sim \frac{1}{\sqrt{R}}$ . De andere lijn, B, is wat we zien in observaties. [5]



*Figuur 2: De materie in het Bullet cluster:* Het hete Röntgen gas is in het rood afgebeeld, daarbuiten is de blauwe (koude) donkere materie. De donkere materie is afgebeeld door het bekijken van het lensing gedrag van dit cluster. Zonder dit gedrag zou de donkere materie onzichtbaar zijn geweest. [7]

Deze botsing heeft ervoor gezorgd dat de donkere materie gescheiden wordt van de baryonische materie, dat voornamelijk bestaat uit intergalactisch gas. Aangezien deze baryonische materie interactie heeft met de elektromagnetische kracht, is deze materie door wrijving vertraagd en bijna tot stilstand gekomen bij de botsing. De baryonische materie blijft stilstaan in het centrum van het cluster, te zien in het plaatje als een rode vlek. Deze materie is zichtbaar doordat het Röntgenstraling uitzendt. Met behulp van gravitational lensing zien we echter dat de meeste massa, de donkere materie, juist aan de buitenkant van het systeem zit. Donkere materie heeft geen interactie met de elektromagnetische kracht, waardoor de donkere materie niet onderhevig aan wrijving is geweest en gewoon is ‘doorgevlogen’. Hierdoor ontstaat er een scheiding tussen de baryonische materie en donkere materie. [8]

Deze observatie heeft niets te maken met de wetten van Newton en daardoor wordt dit als een direct bewijs gezien voor donkere materie.

Ook is men ervan overtuigd dat de verklaring

voor de afwijking van de rotatiecurve in sterrenstelsels ligt bij de aanwezigheid van donkere materie.

**Eigenschappen van een ‘donker materiedeeltje’** Observaties van deze mysterieuze materie hebben een aantal eigenschappen ervan onthuld. Wij zien de materie niet, of met andere woorden: donkere materie schijnt niet. Dit betekent dat deze niet of heel weinig interactie heeft met de elektromagnetische kracht. Een gevolg hiervan is dat het deeltje waar we naar zoeken geen elektromagnetische lading mag hebben. [9]

Daarnaast zien we dat er weinig energie uitgestraald wordt door donkere materie. Dit houdt ook in dat de botsingen tussen de deeltjes niet bestaan of erg laag energetisch zijn. Dit vertelt ons dat de deeltjes die we zoeken niet snel bewegen, oftewel *koud* zijn. [9]

Ook kunnen we de dichtheid van donkere materie heel goed meten. In eenheden van de kritieke dichtheid<sup>10</sup> is:  $\Omega = 0.268$  [10]. Dit betekent dat ongeveer 27% van het universum bestaat uit donkere materie. Verder bestaat 4.8% uit baryonische materie en 68.3% uit *donkere energie*. Deze dichtheid verandert niet significant, dus donkere materie is stabiel. [9] [11]

<sup>10</sup>de dichtheid van het heelal wanneer de geometrie hiervan vlak is

### 2.2.2 Hierarchieprobleem

”The Higgs has a snowball’s chance in hell of having a mass in that ballpark.”

Als we een ijsklontje in de hete oven doen, weten we dat het smelt. De warmte-energie vloeit namelijk van een hoge temperatuur naar een lage temperatuur.

Bij de massa van het Higgs-boson verwachten we hetzelfde. We zien dat de massa ongeveer 125 GeV moet zijn, maar energie uit kwantumprocessen (of beter gezegd: *correcties*) wil de massa veel groter maken. Door deze extra energie die in het deeltje ‘stroomt’, verwachten we dat het deeltje zwaarder wordt. Dit is echter niet wat we zien, we meten een deeltje met een massa van 125 GeV. Dit houdt in dat de theorie niet compleet is, we moeten het Higgs-deeltje op een of andere manier beschermen tegen deze kwantumcorrecties. Het feit dat alleen dit deeltje er last van heeft komt doordat dit boson het enige scalaire deeltje is binnen het SM. Alleen deze deeltjes zijn gevoelig voor de enorme correcties. Fermionen zijn niet gevoelig voor de correcties en de spin-1 bosonen worden beschermd door de ijkvariantie. [4] [12]

Als we nu aannemen dat het standaard model niet geldig is boven een (nader te bepalen) energieschaal  $\Lambda$ , dan geldt voor de massa van het Higgs-boson: <sup>11</sup>

$$m_{exp}^2 = m_h^2 + \mathcal{O}(\Lambda^2) + \dots$$

Hierin is  $m_{exp}$  de massa die we meten in een experiment en  $m_h$  is een vrije parameter, de massa van het Higgs-boson volgens het standaard model. De  $\Lambda$ -term duidt de *cut-off scale* aan. [4] [13] Deze  $\Lambda$  zou bijvoorbeeld de *Plankschaal* kunnen zijn, de schaal waar zwaartekracht belangrijk wordt. Deze is gelijk aan:  $M_{Planck} \simeq 10^{18}$  GeV. Het Higgs-boson zou dus zo zwaar kunnen zijn!

Waarom is dit dan een probleem? We hebben het Higgs-boson gemeten, en het is duidelijk niet zo zwaar. Het bestaan van het Higgs-boson zou dus een indirect bewijs kunnen zijn voor het bestaan van nieuwe fysica. De aanname is dan: er moet een mechanisme zijn dat het Higgs-boson netjes terugbrengt naar een massa van 125 GeV. De enige vraag die rest is: hoe en bij welke energie? [4] Een manier om dit voor elkaar te krijgen is om een ander bijdrage te maken dat de vervelende kwantumcorrecties compenseert. [12]

Trouwens, er zou geen probleem zijn als de schaal voor nieuwe fysica veel kleiner zou zijn<sup>12</sup>,  $\sim 100$  GeV. De grote verschillen tussen de energieschalen  $m_{exp}$  en  $\Lambda$  is de aanleiding van het probleem, vandaar de naam: het ‘*hierarchie*’probleem.

<sup>11</sup>Als we deze aanname overigens niet maken, krijgen we te kampen met andere problemen.

<sup>12</sup>In ieder geval voor het hierarchieprobleem zou er dan een oplossing gevonden zijn. We steken nu wel even onze kop in het zand om andere problemen te omzeilen.

## 2.3 De oplossing?

Supersymmetrie (SUSY) zou de oplossing kunnen zijn voor de bovenstaande problemen. In deze theorie wordt een nieuwe transformatie geïntroduceerd die van een bosonische toestand een fermionische toestand maakt en andersom. De rest van hun kwantumgetallen, inclusief de massa, zou hetzelfde blijven. We zouden deze supersymmetrische deeltjes echter al gevonden moeten hebben in onze botsingsexperimenten, maar dat hebben we niet. SUSY moet dus een gebroken symmetrie zijn, wat betekent dat de massa's van de nieuwe deeltjes hoger zijn dan die van de nu bekende deeltjes. [14]

Om een dergelijke nieuwe theorie te laten kloppen is er een minimaal aantal SUSY deeltjes nodig. Zo komt men tot het *Minimal Supersymmetric Standard Model* (MSSM). Een minimale uitbreiding van de deeltjesinventaris geeft dan de volgende extra deeltjes, aangegeven met een tilde:  $\tilde{q}_L, \tilde{q}_R, \tilde{l}_L, \tilde{l}_R, (\tilde{H}_u^+ \tilde{H}_u^0), (\tilde{H}_d^0 \tilde{H}_d^-), \tilde{g}, \tilde{W}^\pm, \tilde{W}^0, \tilde{B}^0$ . De namen van de spin-0 partnerdeeltjes van de quarks ( $\tilde{q}_L, \tilde{q}_R$ ) en leptonen ( $\tilde{l}_L, \tilde{l}_R$ ) worden nu *squarks* en *sleptonen* ('s' voor 'scalair'). De spin- $\frac{1}{2}$  partnerdeeltjes krijgen het achterschrift '-ino' en samen worden ze de *gaugino's* ( $\tilde{g}, \tilde{W}^\pm, \tilde{W}^0, \tilde{B}^0$ ) en Higgsino's ( $(\tilde{H}_u^+ \tilde{H}_u^0), (\tilde{H}_d^0 \tilde{H}_d^-)$ ) genoemd. De koppelingen van de gaugino's werken hetzelfde als in het SM, de acht gluino's<sup>13</sup> zijn verantwoordelijk voor de sterke kernkracht en de bino en winos zorgen samen voor de elektrozwakke kracht. [14] [15]

Zoals in het standaardmodel, mixen sommige van deze deeltjes met elkaar. Voor dit onderzoek is het mixen van de neutrale Higgsino's ( $\tilde{H}_u^0$  en  $\tilde{H}_d^0$ ) samen met twee van de elektrozwakke gauginos ( $\tilde{W}^0$  en  $\tilde{B}^0$ ) belangrijk. Deze mix vormt vier neutrale massa-eigentoestanden die *neutralino's* ( $\tilde{\chi}_i^0$ ) worden genoemd<sup>14</sup>. De reden dat juist deze vier theoretische deeltjes voor ons belangrijk zijn, is dat het lichtste neutralino,  $\tilde{\chi}_1^0$ , een goede kandidaat voor donkere materie zou zijn. Het deeltje is namelijk massief en het heeft geen kleur- of elektromagnetische lading. Een andere reden voor onze interesse in deze matrix is dat waarschijnlijk alle deeltjes vervallen naar het lichtste neutralino. [15] Dit heeft de volgende reden. Er wordt aangenomen dat *R-pariteit* behouden is. Dit is een soort mix van het baryon getal, het lepton getal en de spin:

$$P_R = (-1)^{2s+3B+L}.$$

Elk SM deeltje en de Higgs-boson(en) hebben R-pariteit +1, elk supersymmetrische partner deeltje heeft R-pariteit -1. Waarschijnlijk is  $\tilde{\chi}_1^0$  het lichtste deeltje binnen het MSSM (het LSP<sup>15</sup>). Dit deeltje kan hierdoor niet vervallen in andere MSSM deeltjes, maar ook niet in SM deeltjes aangezien de R-pariteit dan geschonden wordt. Het LSP is dus een stabiel deeltje, wat samen met zijn neutrale lading precies de eigenschappen van donkere materie aangeven. [15] [16]

Het behoud van R-pariteit heeft meer consequenties. Zo zorgt het ervoor dat SUSY deeltjes *alleen* in paren gemaakt kunnen worden in verschillende botsingsexperimenten. Ook zorgt het er mede voor dat elk MSSM deeltje uiteindelijk in een oneven aantal LSP's zal vervallen.

Het LSP mag geen kleur of lading dragen om het te laten kloppen met de randvoorwaarden voor donkere materie. Dit maakt het LSP erg lastig te observeren, want het zal maar zwak koppelen aan materie. Het zal zich min of meer gedragen als een zeer zwaar neutrino, wat detectoren verlaat zonder direct geobserveerd te worden, zodat het enkel door zogenaamde *missing momentum*, ofwel ontbrekende impuls, opgemerkt zal worden. [14]

SUSY brengt ook een oplossing voor het hiërarchieprobleem. Door de bosonische in fermionische toestanden om te zetten en andersom, verdwijnen de kwantumcorrecties. [12]

<sup>13</sup>Net zoals in het SM: voor elke kleurcombinatie één.

<sup>14</sup>De geladen Higgsino's samen met de twee geladen winos vormen vier geladen massa-eigentoestanden die men *chargino's* noemt.

<sup>15</sup>Lightest Supersymmetric Particle

## 2.4 Plan van aanpak

We willen kijken wanneer het verval van squarks naar een Higgs-boson dominant is (een significante bijdrage levert). In deze scriptie beperken we ons enkel tot vervalprocessen waar neutralino's aan meedoen.

We beginnen met het oplossen van de neutralino mixing matrix, zie hoofdstuk 3, waaruit we de massa's van de neutralino's verkrijgen. Ook krijgen we dan de eigentoestanden.

Bij botsingen tussen protonen kunnen squarks ontstaan. Deze squarks kunnen vervallen in neutralino's met relatieve vervalbreedtes die afhankelijk zijn van de koppeling aan de neutralino's. Voor simpliciteit bekijken we vervolgens alleen het verval van het op-een-na-lichtste neutralinodeeltje ( $\tilde{\chi}_2^0$ ). We selecteren op vervallen waaruit een Higgs-boson en het LSP komen.

Hierna wordt de mixing matrix weer van belang, we gaan namelijk op zoek naar de eigenvectoren van  $\tilde{\chi}_2^0$  en  $\tilde{\chi}_1^0$ . Dit doen we door de eigenwaarden te plotten voor verschillende sets van parameters en zo de kleinste eigenwaarden te vinden. Hierdoor weten we welke eigenvectoren  $\tilde{\chi}_2^0$  en  $\tilde{\chi}_1^0$  representeren. Deze informatie gebruiken we om erachter te komen wanneer het verval in een Higgs-boson zal domineren. Dit alles is te lezen in hoofdstuk 4.

Uiteindelijk zoeken we parameters (vanuit de mixing matrix) die het  $\tilde{\chi}_2^0 \rightarrow h + \tilde{\chi}_1^0$  proces dominant maken en bekijken we hoe  $\tilde{\chi}_2^0$  en  $\tilde{\chi}_1^0$  dan koppelen aan squarks. Hieruit kan ook het aantal verwachte events in de LHC berekend worden, zie hoofdstuk 5.

### 3 Neutralino-mixing matrix

In de basis  $\psi^0 = (\tilde{B}, \tilde{W}^0, \tilde{H}_d^0, \tilde{H}_u^0)$  ziet de neutralino-mixingmatrix er als volgt uit: [17] [15]

$$M_{\tilde{N}} = \begin{pmatrix} M_1 & 0 & -m_z \sin(\theta_w) \cos(\beta) & m_z \sin(\theta_w) \sin(\beta) \\ 0 & M_2 & m_z \cos(\theta_w) \cos(\beta) & -m_z \cos(\theta_w) \sin(\beta) \\ -m_z \sin(\theta_w) \cos(\beta) & m_z \cos(\theta_w) \cos(\beta) & 0 & -\mu \\ m_z \sin(\theta_w) \sin(\beta) & -m_z \cos(\theta_w) \sin(\beta) & -\mu & 0 \end{pmatrix}$$

Waarbij:

$m_z$  = massa van het  $Z$ -boson. [2]

$\theta_w$  = Weinberg-hoek met  $\cos \theta_w = m_w/m_z$ , de verhouding van de twee zwakke ijkbosonmassa's. [2]

$\tan \beta = v_2/v_1$  met  $v_2, v_1$  vacuum verwachtingswaarden van de Higgs-velden. [18]

$M_1$  = U(1) gauginomassaterm. [18]

$M_2$  = SU(2) gauginomassaterm. [18]

$\mu$  = supersymmetrische Higgs-mixing term. [15]

Om deze matrix te diagonaliseren wordt er van beide kanten vermenigvuldigd met een unitaire matrix die we  $X$  noemen. Dit mogen we zo doen, want  $M_{\tilde{N}}$  is reëel en symmetrisch (zie het bewijs in bijlage A). Er geldt dan  $XM_{\tilde{N}}X^\dagger = \lambda_i \delta_{ij}$ . We moeten dus  $\det(M_{\tilde{N}} - \lambda I) = 0$  oplossen. De eigenwaardevergelijking wordt vervolgens gegeven door:

$$\begin{aligned} \lambda^4 - \lambda^3(M_1 + M_2) + \lambda^2(M_1 M_2 - \mu^2 - m_z^2) \\ + \lambda((M_1 + M_2)\mu^2 + m_z^2(M_1 \cos^2(\theta_w) + M_2 \sin^2(\theta_w)) - m_z^2 \mu \sin(2\beta)) \\ + m_z^2 \mu \sin(2\beta)(M_1 \cos^2(\theta_w) + M_2 \sin^2(\theta_w)) - M_1 M_2 \mu^2 = 0. \end{aligned} \quad (1)$$

We kunnen deze vergelijking oplossen door de volgende variabelen te definiëren:

$$\lambda^4 + a\lambda^3 + b\lambda^2 + c\lambda + d = 0 \quad (2)$$

Met:

$$\begin{aligned} a &= -(M_1 + M_2) \\ b &= M_1 M_2 - \mu^2 - m_z^2 \\ c &= (M_1 + M_2)\mu^2 + m_z^2(M_1 \cos^2(\theta_w) + M_2 \sin^2(\theta_w)) - m_z^2 \mu \sin(2\beta) \\ d &= m_z^2 \mu \sin(2\beta)(M_1 \cos^2(\theta_w) + M_2 \sin^2(\theta_w)) - M_1 M_2 \mu^2. \end{aligned}$$

We gebruiken nu **Mathematica** (zie [19] voor de referentie en zie bijlage B.1 voor de gebruikte code) om de oplossingen van de vergelijking in termen van a, b, c en d te vinden. De volgende oplossingen worden gemaakt [20]:

$$\lambda_1 = -\frac{a}{4} - \frac{z_4}{2} - \frac{\sqrt{z_5 - z_6}}{2} \quad (3)$$

$$\lambda_2 = -\frac{a}{4} - \frac{z_4}{2} + \frac{\sqrt{z_5 - z_6}}{2} \quad (4)$$

$$\lambda_3 = -\frac{a}{4} + \frac{z_4}{2} - \frac{\sqrt{z_5 + z_6}}{2} \quad (5)$$

$$\lambda_4 = -\frac{a}{4} + \frac{z_4}{2} + \frac{\sqrt{z_5 + z_6}}{2}. \quad (6)$$

Met:

$$\begin{aligned}
z_1 &= 2b^3 - 9abc + 27c^2 + 27a^2d - 72bd \\
z_2 &= z_1 + \sqrt{-4(b^2 - 3ac + 12d)^3 + z_1^2} \\
z_3 &= \frac{(b^2 - 3ac + 12d)2^{\frac{1}{3}}}{3z_2^{\frac{1}{3}}} + \frac{1}{3}2^{-\frac{1}{3}}z_2^{\frac{1}{3}} \\
z_4 &= \sqrt{\frac{a^2}{4} - \frac{2b}{3}} + z_3 \\
z_5 &= \frac{a^2}{2} - \frac{4b}{3} - z_3 \\
z_6 &= \frac{-a^3 + 4ab - 8c}{4z_4}.
\end{aligned}$$

$\lambda_i$  zijn de eigenwaarden van de neutralino mixing matrix en dus de massa's van de neutralino's die we zouden zien in de natuur. Massa's zijn natuurlijk reëel, daarom zullen we de zes parameters van de matrix ook reëel kiezen. Deze parameters gaan immers de eigenwaarden bepalen. De neutralino-massa's zijn gegeven als functie van  $M_1$ ,  $M_2$ ,  $\mu$ ,  $m_z$ ,  $\theta_w$  en  $\beta$ . We kunnen deze eigenwaarden in de eigenwaardevergelijking  $(M_{\tilde{N}} - \lambda I)\vec{v} = 0$  stoppen, waardoor we de genormaliseerde eigenvectoren krijgen.

Hiermee kan ook de matrix  $X$  bepaald worden. Dit is verder niet relevant voor het onderzoek, dus dit laatste wordt niet gedaan.

### 3.1 Analytische oplossing van de vierdegraadsvergelijking

Voor het oplossen van de vierdegraadsvergelijking gebruiken we de methode van Descartes (zie de referenties [21] [22]). Vervang  $\lambda$  in vergelijking 2 met  $y - \frac{a}{4}$ . Dit geeft:

$$\begin{aligned}\left(y - \frac{a}{4}\right)^2 &= y^2 - \frac{a}{2}y + \frac{a^2}{16} \\ \left(y - \frac{a}{4}\right)^3 &= y^3 - \frac{3a}{4}y^2 + \frac{3a^2}{16}y - \frac{a^3}{64} \\ \left(y - \frac{a}{4}\right)^4 &= y^4 - ay^3 + \frac{3a^2}{8}y^2 - \frac{a^3}{16}y + \frac{a^4}{256}\end{aligned}$$

$$y^4 + \left(b - \frac{3a^2}{8}\right)y^2 + \left(\frac{a^3}{8} - \frac{ab}{2} + c\right)y - \frac{3a^4}{256} + \frac{a^2b}{16} - \frac{ac}{4} + d = 0.$$

Dit is te vereenvoudigen door nieuwe variabelen in het leven te roepen:

$$\begin{aligned}y^4 + py^2 + qy + r &= 0 \\ \text{met: } p &= b - \frac{3a^2}{8} \\ q &= \frac{a^3}{8} - \frac{ab}{2} + c \\ r &= -\frac{3a^4}{256} + \frac{a^2b}{16} - \frac{ac}{4} + d.\end{aligned}$$

Nu hebben we het voor elkaar gekregen om in ieder geval de derde macht eruit te krijgen, waardoor we de vergelijking op kunnen splitsen in twee kwadratische vergelijkingen. Tel aan beide kanten van de vergelijking  $\frac{p^2}{4}$  erbij op:

$$\begin{aligned}y^4 + py^2 + qy + r + \frac{p^2}{4} &= \frac{p^2}{4} \\ y^4 + py^2 + \frac{p^2}{4} &= \frac{p^2}{4} - qy - r \\ \left(y^2 + \frac{p}{2}\right)^2 &= \frac{p^2}{4} - qy - r.\end{aligned}$$

Tel nu getal  $u \in \mathbb{R}$  bij  $y^2 + \frac{p}{2}$  op, zo kunnen we het namelijk reduceren naar een derdegraadsvergelijking.

$$\begin{aligned}\left(y^2 + \frac{p}{2} + u\right)^2 &= 2uy^2 - qy + \frac{p^2}{4} - r + pu + u^2 \\ &= \left(y\sqrt{2u} - \frac{q}{2\sqrt{2u}}\right)^2 \\ &= 2uy^2 - qy + \frac{q^2}{8u}\end{aligned}$$

Met:  $\frac{q^2}{8u} = \frac{p^2}{4} - r + pu + u^2$

$$u^3 + pu^2 + \frac{p^2 - 4r}{4}u - \frac{q^2}{8} = 0. \tag{7}$$



Als dit verder wordt uitgeschreven:

$$y^2 + \frac{p}{2} + u = \pm(y\sqrt{2u} - \frac{q}{2\sqrt{2u}})$$

$$y^2 - y\sqrt{2u} + \frac{p}{2} + u + \frac{q}{2\sqrt{2u}} = 0 \quad \text{of} \quad y^2 + y\sqrt{2u} + \frac{p}{2} + u - \frac{q}{2\sqrt{2u}} = 0$$

$$y = \frac{1}{2} \left( \sqrt{2u} \pm \sqrt{2u - 4 \left( \frac{p}{2} + u + \frac{q}{2\sqrt{2u}} \right)} \right) \quad \text{of} \quad y = \frac{1}{2} \left( -\sqrt{2u} \pm \sqrt{2u - 4 \left( \frac{p}{2} + u - \frac{q}{2\sqrt{2u}} \right)} \right). \quad (8)$$

In principe hebben we nu de oplossingen, we moeten alleen  $u$  nog weten. Hiervoor moeten we de vergelijking in formule 7 oplossen. Om dit op te lossen, roepen we weer een nieuwe variabele in het leven. Hiervoor gebruiken we de methode van Cardano (zie de referenties [22] en [23]). Noem  $u = v - \frac{p}{3}$ :

$$\left(v - \frac{p}{3}\right)^2 = v^2 - \frac{2p}{3}v + \frac{p^2}{9}$$

$$\left(v - \frac{p}{3}\right)^3 = v^3 - pv^2 + \frac{p^2}{3}v - \frac{p^3}{27}$$

Invullen in vergelijking 7 geeft:

$$v^3 - \left(\frac{p^2}{12} + r\right)v - \frac{p^3}{108} - \frac{q^2}{8} + \frac{pr}{3} = 0.$$

De derdegraadsvergelijking is nu gereduceerd. Nu doen we nog een laatste substitutie van  $v = \alpha + \beta$  en  $m = -\frac{p^2}{12} - r$ ,  $k = -\frac{p^3}{108} - \frac{q^2}{8} + \frac{pr}{3}$ . Dit geeft:

$$(\alpha + \beta)^3 + m(\alpha + \beta) + k = 0$$

$$\alpha^3 + \beta^3 + (3\alpha\beta + m)(\alpha + \beta) + k = 0.$$

Geef de laatste vergelijking nu de voorwaarde  $3\alpha\beta + m = 0$  mee. Dan:

$$\alpha^3 + \beta^3 = -k$$

$$3\alpha\beta = -m \rightarrow \alpha^3\beta^3 = \frac{-m^3}{27}.$$

Substitueer nu  $\alpha = \frac{-m}{3\beta}$  (of  $\beta = \frac{-m}{3\alpha}$ ):

$$\beta^6 + k\beta^3 - \frac{m^3}{3^3} = 0$$

$$(\text{of } \alpha^6 + k\alpha^3 - \frac{m^3}{3^3} = 0).$$

Aangezien we over massa's spreken, kunnen alleen de reële eigenwaarden meetellen, dus de discriminant moet groter zijn dan 0. De vergelijking zal dan twee oplossingen geven:

$$\alpha^3 \text{ of } \beta^3 = \frac{1}{2} \left( -k \pm \sqrt{k^2 + 4\frac{m^3}{27}} \right),$$

$$u = v - \frac{p}{3} = \alpha + \beta - \frac{p}{3}$$

$$= \left( \frac{1}{2} \left( -k + \sqrt{k^2 + 4\frac{m^3}{27}} \right) \right)^{\frac{1}{3}} + \left( \frac{1}{2} \left( -k - \sqrt{k^2 + 4\frac{m^3}{27}} \right) \right)^{\frac{1}{3}} - \frac{p}{3}.$$

Nu  $u$  bekend is kunnen we dit in vergelijking 8 invullen, waarbij we vier eigenwaarden vinden. Dit zijn dezelfde eigenwaarden als eerder gevonden met **Mathematica** (vergelijking 3-6).

### 3.2 Eigenvectoren van de neutralino-mixing matrix

Nu de eigenwaarden gevonden zijn kunnen we ook de eigenvectoren opstellen. Hiervoor moeten we het volgende stelsel vergelijkingen oplossen:

$$(M_{\tilde{N}} - \lambda_i I)v_i = 0$$

$$\begin{pmatrix} M_1 - \lambda_i & 0 & -m_z \sin(\theta_w) \cos(\beta) & m_z \sin(\theta_w) \sin(\beta) \\ 0 & M_2 - \lambda_i & m_z \cos(\theta_w) \cos(\beta) & -m_z \cos(\theta_w) \sin(\beta) \\ -m_z \sin(\theta_w) \cos(\beta) & m_z \cos(\theta_w) \cos(\beta) & -\lambda_i & -\mu \\ m_z \sin(\theta_w) \sin(\beta) & -m_z \cos(\theta_w) \sin(\beta) & -\mu & -\lambda_i \end{pmatrix} \begin{pmatrix} v_{1i} \\ v_{2i} \\ v_{3i} \\ v_{4i} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

Met  $v_i$  de eigenvectoren en  $\lambda_i$  de bijbehorende eigenwaarden.

Uit de eerste vergelijking vinden we:

$$v_{1i} = \frac{m_z \sin(\theta_w) (\cos(\beta)v_{3i} - \sin(\beta)v_{4i})}{M_1 - \lambda_i}.$$

En uit de tweede:

$$v_{2i} = -\frac{m_z \cos(\theta_w) (\cos(\beta)v_{3i} - \sin(\beta)v_{4i})}{M_2 - \lambda_i}.$$

We vullen dit nu in bij de derde vergelijking:

$$-m_z \sin(\theta_w) \cos(\beta)v_{1i} + m_z \cos(\theta_w) \cos(\beta)v_{2i} - \lambda_i v_{3i} - \mu v_{4i} = 0$$

$$\frac{m_z^2 \sin^2(\theta_w) \cos(\beta) (\cos(\beta)v_{3i} - \sin(\beta)v_{4i})}{M_1 - \lambda_i} - \frac{m_z^2 \cos^2(\theta_w) \cos(\beta) (\cos(\beta)v_{3i} - \sin(\beta)v_{4i})}{M_2 - \lambda_i} - \lambda_i v_{3i} - \mu v_{4i} = 0$$

$$v_{3i} = \left( \frac{m_z^2 \sin(\beta) \cos(\beta) \left( \frac{\sin^2(\theta_w)}{M_1 - \lambda_i} + \frac{\cos^2(\theta_w)}{M_2 - \lambda_i} \right) - \mu}{m_z^2 \cos^2(\beta) \left( \frac{\sin^2(\theta_w)}{M_1 - \lambda_i} + \frac{\cos^2(\theta_w)}{M_2 - \lambda_i} \right) + \lambda_i} \right) v_{4i}$$

$$v_{3i} \equiv \alpha v_{4i}.$$

En nu gebruiken we de normalisatie om de verschillende componenten te vinden:

$$|v_{1i}|^2 + |v_{2i}|^2 + |v_{3i}|^2 + |v_{4i}|^2 = 1$$

$$v_{4i} = \sqrt{\frac{1}{m_z^2 (\alpha \cos(\beta) - \sin(\beta))^2 \left( \frac{\sin^2(\theta_w)}{(M_1 - \lambda_i)^2} + \frac{\cos^2(\theta_w)}{(M_2 - \lambda_i)^2} \right) + \alpha^2 + 1}}.$$

En dit geeft de volgende eigenvectorcomponenten:

$$v_{1i} = \frac{m_z \sin(\theta_w) (\alpha \cos(\beta) - \sin(\beta))}{M_1 - \lambda_i} \sqrt{\frac{1}{m_z^2 (\alpha \cos(\beta) - \sin(\beta))^2 \left( \frac{\sin^2(\theta_w)}{(M_1 - \lambda_i)^2} + \frac{\cos^2(\theta_w)}{(M_2 - \lambda_i)^2} \right) + \alpha^2 + 1}}$$

$$v_{2i} = -\frac{m_z \cos(\theta_w) (\alpha \cos(\beta) - \sin(\beta))}{M_2 - \lambda_i} \sqrt{\frac{1}{m_z^2 (\alpha \cos(\beta) - \sin(\beta))^2 \left( \frac{\sin^2(\theta_w)}{(M_1 - \lambda_i)^2} + \frac{\cos^2(\theta_w)}{(M_2 - \lambda_i)^2} \right) + \alpha^2 + 1}}$$

$$v_{3i} = \alpha \sqrt{\frac{1}{m_z^2 (\alpha \cos(\beta) - \sin(\beta))^2 \left( \frac{\sin^2(\theta_w)}{(M_1 - \lambda_i)^2} + \frac{\cos^2(\theta_w)}{(M_2 - \lambda_i)^2} \right) + \alpha^2 + 1}}$$

$$v_{4i} = \sqrt{\frac{1}{m_z^2 (\alpha \cos(\beta) - \sin(\beta))^2 \left( \frac{\sin^2(\theta_w)}{(M_1 - \lambda_i)^2} + \frac{\cos^2(\theta_w)}{(M_2 - \lambda_i)^2} \right) + \alpha^2 + 1}}.$$

Door de eigenwaarden in de bovenstaande vergelijkingen in te vullen verkrijgen we de bijbehorende eigenvectoren.

## 4 Analyseren van de eigenwaarden en eigenvectoren

### 4.1 Verval van $\tilde{\chi}_2^0$ in $\tilde{\chi}_1^0$

In de bijlage C staan alle mogelijke vervallen van  $\tilde{\chi}_2^0$  in  $\tilde{\chi}_1^0$ . Lees de tabel als volgt: in de eerste kolom staat het feynmandiagram. In de tweede kolom staan de voorwaarden waaraan de verschillende massa's moeten voldoen om het proces te laten plaatsvinden. In de kolommen die erna komen staat aangegeven voor welke koppeling van  $\tilde{\chi}_2^0$  en  $\tilde{\chi}_1^0$  aan de vrijgekomen deeltjes het aangegeven feynmandiagram mogelijk is.

*Bijvoorbeeld:*

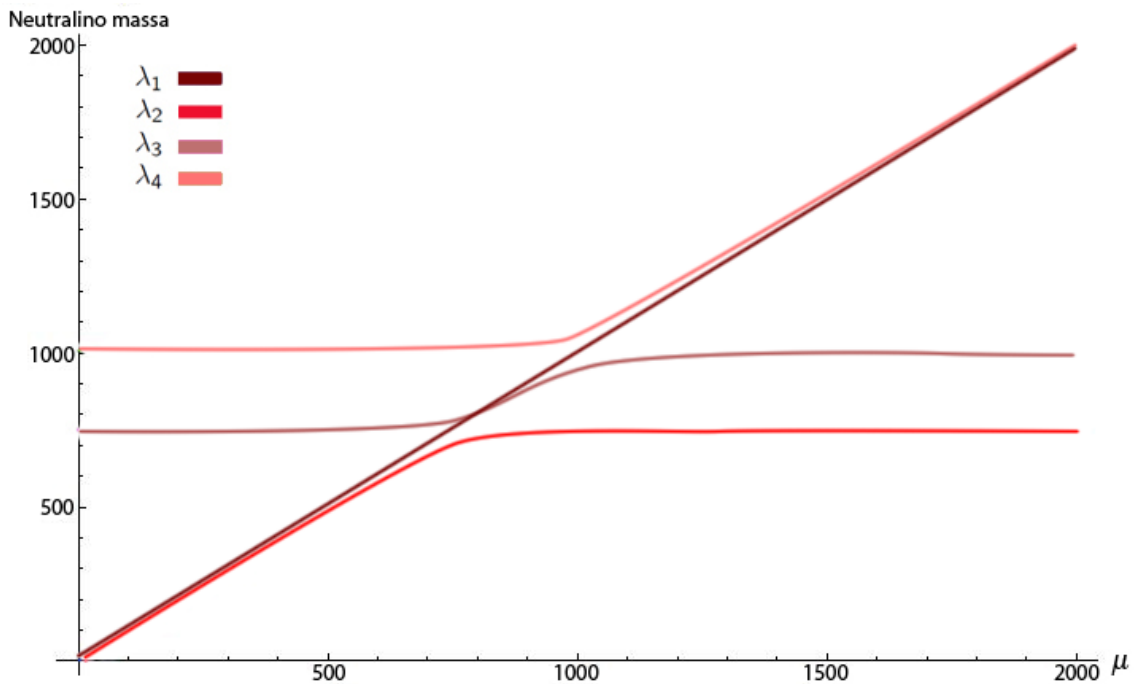
Neem het eerste diagram, waarin  $\tilde{\chi}_2^0$  vervalt naar  $u, \bar{u}$  en  $\tilde{\chi}_1^0$ . Aangezien een up quark licht is en dus weinig interactie heeft met het Higgs-boson, kan dit proces niet als  $\tilde{\chi}_2^0$  vooral aan massa koppelt (en dus een grote Higgsinocomponent heeft). Bij  $\tilde{\chi}_2^0: g_h$  staat dus geen kruisje. Ook  $\bar{u}$  zal licht zijn, dus  $\tilde{\chi}_1^0$  kan in dat geval ook niet koppelen aan massa. Bij  $\tilde{\chi}_1^0: g_h$  zal dus ook geen kruisje staan. Up quarks hebben een lading en een isospin, dus koppelen ze wel aan  $W$  en  $B$  bosonen. Als deze componenten aanwezig zijn in de neutralino's kan het verval plaatsvinden. In deze kolommen staan dan ook kruisjes.

We willen het verval hebben waarbij een Higgs-boson vrijkomt en dit zo dominant mogelijk maken. We zien in de tabel dat de neutralino's dan elke koppeling kunnen hebben. Echter, als het ene neutralino enkel een Higgsinocomponent heeft en de andere enkel een binocomponent, zal geen enkel ander proces mogelijk zijn. In dit geval zullen alle  $\tilde{\chi}_2^0$  vervallen naar een Higgs-boson en er zullen geen nevenproducten ontstaan. We kunnen dus verwachten dat als deze twee componenten groot zijn, het verval in een Higgs-boson zal domineren. We zullen dus die neutralino's bekijken waarbij het ene neutralino een grote Higgsinocomponent heeft en het andere een grote binocomponent.

## 4.2 Eigenwaarden

We gebruiken de door *Mathematica* (zie bijlage B.1 en B.3 voor de code) gegenereerde oplossingen om de eigenwaarden te analyseren. We willen erachter komen welke eigenwaarde het kleinst is bij bepaalde parametersets, zodat we deze informatie later kunnen gebruiken voor de eigenvectoren. In de eigenwaarden staan zes verschillende parameters (zie vergelijking 3-6). De parameters  $m_z$  en  $\theta_w$  staan vast, maar  $\mu$ ,  $M_1$ ,  $M_2$  en  $\beta$  zijn vrij te kiezen. In figuur 3 staat een voorbeeld van een plot die gemaakt is. Het is te zien dat bij kleinere waarden voor  $\mu$  er een andere eigenwaarde het op-een-na-kleinst is dan bij hogere. Omdat er een Higgs-boson vrij moet komen, moet het verschil tussen de laagste twee eigenwaarden groter zijn dan 125 GeV.

Er zijn willekeurige waarden voor  $\beta$ ,  $M_1$  en  $M_2$  gekozen en deze zijn uitgezet tegen  $\mu$ . In de bijlage D staat de analyse samengevat in tabelvorm. In de vijfde kolom staat de waarde van  $\mu$  die nodig is om een verschil tussen de twee neutralino's van 125 GeV te realiseren. In de tabel valt te lezen dat  $\lambda_2$  altijd de kleinste eigenwaarde is en  $\lambda_1$  of  $\lambda_3$  de op-een-na-kleinste. Daarnaast is er te zien dat er een aantal datapunten nu afvallen (bijvoorbeeld die waar  $M_1 = M_2$ ).



*Figuur 3:* Op de horizontale as staat de massa van  $\mu$  in GeV, op de verticale as staat de massa van de neutralino's in GeV. De vier verschillende kleuren corresponderen met de vier verschillende eigenwaarden (en dus de vier verschillende neutralinomassa's). In deze figuur zijn de volgende waarden gekozen:  $\tan(\beta)=50$ ,  $M_1 = 750$  GeV en  $M_2 = 1000$  GeV.

### 4.3 Eigenvectoren

Nu we weten welke eigenwaarden bij  $\tilde{\chi}_1^0$  en  $\tilde{\chi}_2^0$  horen, weten we ook welke eigenvectoren hierbij horen. We weten dat als het ene neutralino een grote binocomponent en de andere een grote Higgsinocomponent heeft, het verval in een Higgs-boson domineert over andere vervallen. We kunnen nu het product van deze twee eigenvectorcomponenten uitrekenen. In de volgende twee tabellen staat samengevat welke parametersets een significant product geeft als de binocomponent van de ene eigenvector vermenigvuldigd wordt met een van de twee Higgsinocomponenten van de andere eigenvector. De parameters in tabel 4 gaven allemaal een product van meer dan 0.5. De parameters in tabel 5 gaven een product tussen de 0.1 en 0.4. Voor hoge waarden van  $\mu$  (groter dan 3\*beginwaarde van  $\mu$ ) gaat elk product naar nul, onafhankelijk van de parameterset.

Koppeling $\tilde{\chi}_1^0$	Koppeling $\tilde{\chi}_2^0$	$\tan \beta$	$M_1$ (GeV)	$M_2$ (GeV)	$\mu$
$g_b$	$g_{h_d}$	1.5	100	500	$250 < \mu < 1500$
$g_b$	$g_{h_d}$	1.5	100	1000	$200 < \mu < 2000$
$g_b$	$g_{h_d}$	1.5	200	500	$350 < \mu < 1500$
$g_b$	$g_{h_d}$	1.5	200	1000	$180 < \mu < 2500$
$g_b$	$g_{h_d}$	1.5	500	1000	$250 < \mu < 2500$
$g_b$	$g_{h_d}$	1.5	750	1000	$880 < \mu < 2000$
$g_b$	$g_{h_d}$	1.5	750	1500	$900 < \mu < 2500$
$g_b$	$g_{h_d}$	1.5	750	2000	$875 < \mu < 3000$
$g_b$	$g_{h_d}$	1.5	750	2500	$880 < \mu < 4500$
$g_b$	$g_{h_d}$	1.5	1000	1500	$1110 < \mu < 2500$
$g_b$	$g_{h_d}$	1.5	1000	2000	$1125 < \mu < 3000$
$g_b$	$g_{h_d}$	1.5	1000	2500	$1125 < \mu < 4500$
$g_b$	$g_{h_d}$	1.5	1500	2000	$1600 < \mu < 3000$
$g_b$	$g_{h_d}$	1.5	1500	2500	$1620 < \mu < 3500$
$g_b$	$g_{h_d}$	1.5	2000	2500	$2100 < \mu < 4500$
$g_b$	$g_{h_d}$	50	50	200	$250 < \mu < 1500$
$g_b$	$g_{h_d}$	50	50	500	$250 < \mu < 1500$
$g_b$	$g_{h_d}$	50	50	1000	$180 < \mu < 2000$
$g_b$	$g_{h_d}$	50	100	500	$250 < \mu < 1500$
$g_b$	$g_{h_d}$	50	100	1000	$250 < \mu < 2000$
$g_b$	$g_{h_d}$	50	200	500	$350 < \mu < 1500$
$g_b$	$g_{h_d}$	50	200	1000	$350 < \mu < 2500$
$g_b$	$g_{h_d}$	50	500	1000	$700 < \mu < 2500$
$g_b$	$g_{h_d}$	50	750	1000	$910 < \mu < 1500$
$g_b$	$g_{h_d}$	50	750	1500	$900 < \mu < 2000$
$g_b$	$g_{h_d}$	50	750	2000	$870 < \mu < 3000$
$g_b$	$g_{h_d}$	50	750	2500	$880 < \mu < 5000$
$g_b$	$g_{h_d}$	50	1000	1500	$1120 < \mu < 2500$
$g_b$	$g_{h_d}$	50	1000	2000	$1120 < \mu < 4000$
$g_b$	$g_{h_d}$	50	1000	2500	$1150 < \mu < 5000$
$g_b$	$g_{h_d}$	50	1500	2000	$1620 < \mu < 2500$
$g_b$	$g_{h_d}$	50	1500	2500	$1620 < \mu < 4000$
$g_b$	$g_{h_d}$	50	2000	2500	$2215 < \mu < 5000$

*Tabel 4:* Producten van de binocomponent van de ene eigenvector met de Higgsinocomponenten van de andere eigenvector. Hierin staat  $g_b$  als we de binocomponent hebben gekozen,  $g_{h_d}$  als we de Higgsino<sub>d</sub>-component hebben gekozen. In de kolommen ernaast staan de waarden die golden voor de eigenvectoren. In de laatste kolom staat het bereik van  $\mu$  waarvoor het product groter is dan 0.5.

Koppeling $\tilde{\chi}_1^0$	Koppeling $\tilde{\chi}_2^0$	$\tan \beta$	$M_1$ (GeV)	$M_2$ (GeV)	$\mu$
$g_b$	$g_{h_u}$	50	50	500	$200 < \mu < 400$
$g_b$	$g_{h_u}$	50	50	1000	$180 < \mu < 1500$
$g_b$	$g_{h_u}$	50	100	500	$200 < \mu < 1500$
$g_b$	$g_{h_u}$	50	100	1000	$200 < \mu < 1500$
$g_{h_d}$	$g_b$	1.5	200	100	$200 < \mu < 1500$
$g_{h_d}$	$g_b$	1.5	500	100	$500 < \mu < 1500$
$g_{h_d}$	$g_b$	1.5	500	200	$500 < \mu < 1500$
$g_{h_d}$	$g_b$	1.5	1000	750	$950 < \mu < 2500$
$g_{h_d}$	$g_b$	1.5	1500	750	$1400 < \mu < 3000$
$g_{h_d}$	$g_b$	1.5	1500	1000	$1400 < \mu < 4500$
$g_{h_d}$	$g_b$	1.5	2000	1500	$1890 < \mu < 5000$
$g_{h_d}$	$g_b$	1.5	2500	2000	$2400 < \mu < 5000$
$g_{h_d}$	$g_b$	50	200	50	$200 < \mu < 1500$
$g_{h_d}$	$g_b$	50	500	50	$400 < \mu < 1500$
$g_{h_d}$	$g_b$	50	500	100	$500 < \mu < 2000$
$g_{h_d}$	$g_b$	50	500	200	$500 < \mu < 2500$
$g_{h_d}$	$g_b$	50	1000	750	$960 < \mu < 2000$
$g_{h_d}$	$g_b$	50	1500	1000	$1350 < \mu < 3000$
$g_{h_d}$	$g_b$	50	2000	1500	$1890 < \mu < 5000$
$g_{h_d}$	$g_b$	50	2500	2000	$2400 < \mu < 5000$
$g_{h_u}$	$g_b$	1.5	200	100	$200 < \mu < 1500$
$g_{h_u}$	$g_b$	1.5	750	1500	$850 < \mu < 950$
$g_{h_u}$	$g_b$	1.5	1000	750	$950 < \mu < 2500$
$g_{h_u}$	$g_b$	1.5	1500	1000	$1400 < \mu < 2500$
$g_{h_u}$	$g_b$	1.5	2000	1500	$1890 < \mu < 4500$
$g_{h_u}$	$g_b$	1.5	2500	2000	$2400 < \mu < 5500$
$g_{h_u}$	$g_b$	50	1000	750	$960 < \mu < 2000$

*Tabel 5:* Producten van de binocomponent van de ene eigenvector met de Higgsinocomponenten van de andere eigenvector. Hierin staat  $g_b$  als we de binocomponent hebben gekozen,  $g_{h_d}$  als we de Higgsino<sub>d</sub>-component hebben gekozen en  $g_{h_u}$  als we de Higgsino<sub>u</sub>-component hebben gekozen. In de kolommen ernaast staan de waarden die golden voor de eigenvectoren. In de laatste kolom staat het bereik van  $\mu$  waarvoor het product groter is dan 0.1 maar lager dan 0.4.

## 5 Botsingsdoorsnede

Nu we de neutralino-mixing matrix geanalyseerd hebben, hebben we sets van parameters waarin het verval van  $\tilde{\chi}_2^0$  in het LSP en een Higgs-boson mogelijk dominant is (te zien in tabel 4 en 5). Uiteindelijk worden de neutralino's gemaakt uit squarks, die weer gemaakt worden door botsingen tussen quarks en gluonen. In dit hoofdstuk gaan we het aantal verwachte events berekenen voor het totale proces:

$$\begin{aligned} qq &\rightarrow \tilde{q}\tilde{q}, q\bar{q}/gg \rightarrow \tilde{q}\tilde{\bar{q}} \\ \tilde{q} &\rightarrow \tilde{\chi}_2^0 + q \\ \tilde{\chi}_2^0 &\rightarrow \tilde{\chi}_1^0 + h \\ h &\rightarrow \gamma\gamma, llll, \text{ etc.} \end{aligned}$$

Voor de squarkproductie zijn de botsingsdoorsnedes bij 8 TeV bekend (zie paragraaf 5.1.2). Ook de relatieve vervalbreedtes van het Higgs-verval zijn bekend (zie paragraaf 5.2.1).

We gebruiken `sdecay` (zie referentie [24]) om de relatieve vervalbreedtes van de vervallen  $\tilde{q} \rightarrow \tilde{\chi}_2^0 + q$  en  $\tilde{\chi}_2^0 \rightarrow \tilde{\chi}_1^0 + h$  uit te rekenen. Dit programma heeft 22 inputparameters:

- $\tan\beta$ .
- $M_A$  en  $\mu$ : Higgs-massa- en mixingparameters.
- $M_1, M_2, M_3$ : de bino, wino en gluino massaparameters.
- $m_{\tilde{q}}, m_{\tilde{u}_R}, m_{\tilde{d}_R}, m_{\tilde{l}}, m_{\tilde{e}_R}$ : sfermion massaparameters van de eerste en tweede generatie.
- $m_{\tilde{Q}}, m_{\tilde{t}_R}, m_{\tilde{b}_R}, m_{\tilde{\tau}_R}, m_{\tilde{\nu}_\tau}$ : sfermion massaparameters van de derde generatie.
- $A_u, A_d, A_e$ : trilineaire koppelingen van de eerste en tweede generatie.
- $A_t, A_b, A_\tau$ : trilineaire koppelingen van de derde generatie.

Vier van deze parameters ( $\tan\beta, \mu, M_1$  en  $M_2$ ) worden vanuit de voorgaande analyse bepaald. Voor de andere achttien parameters moeten we een verantwoorde keuze maken. Deze keuze wordt in de volgende delen toegelicht.

## 5.1 Verantwoorde keuze voor de verschillende parameters

### 5.1.1 De Higgs-massa

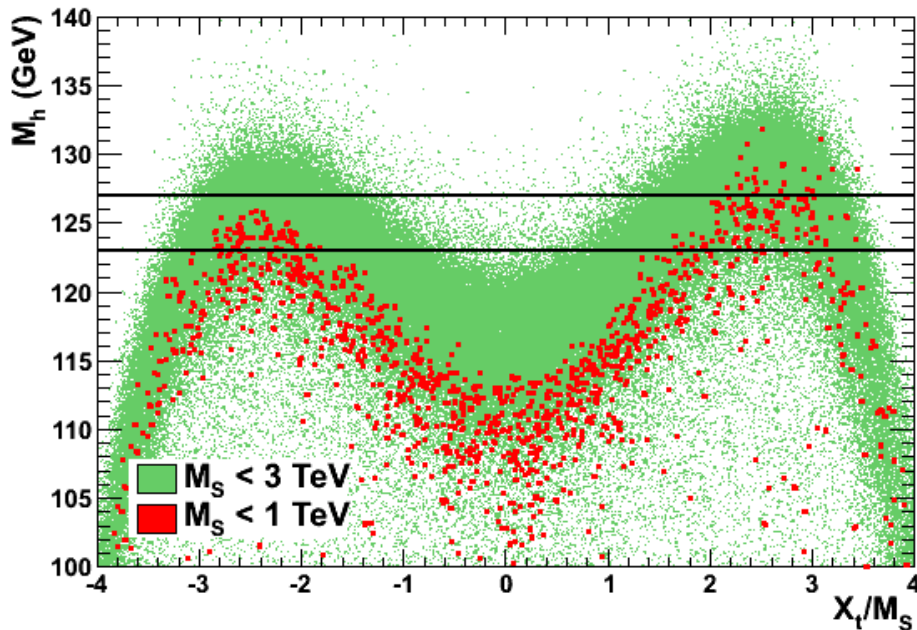
Het vinden van een deeltje van 125 GeV bij de LHC heeft gevolgen voor het MSSM. In het SM is de Higgs-massa een vrije parameter. In het MSSM is dit niet het geval, hier is de massa begrensd door [25]:

$$M_h \simeq m_z |\cos(2\beta)| + \text{correcties} \leq 110 - 135 \text{ GeV}.$$

Waarschijnlijk is de massa van het Higgs-boson ongeveer 125 GeV [26]. Dit is te gebruiken als een randvoorwaarde voor het MSSM. Binnen dit model zijn er vier parameters die de Higgs-massa voornamelijk bepalen:  $\tan\beta$ ,  $M_A$ , de SUSY *breaking parameter*  $M_S = \sqrt{m_{\tilde{t}_1} m_{\tilde{t}_2}}$ <sup>16</sup> en de mixing parameter van het stop squark  $X_t = A_t - \frac{\mu}{\tan\beta}$ . De Higgs-massa wordt vervolgens gegeven door (enkel geldig in het ontkoppelingsgebied:  $M_A \gg m_z$ ): [25]

$$M_h^2 \simeq m_z^2 \cos^2(2\beta) + \frac{3m_t^4}{2\pi^2 v^2} \left( \log \frac{M_S^2}{m_t^2} + \frac{X_t^2}{M_S^2} \left( 1 - \frac{X_t^2}{12M_S^2} \right) \right) \quad \text{met} \quad v = 246 \text{ GeV}.$$

In deze formule is  $m_t$  de massa van het top quark. In de formule verschijnt de logaritmische term doordat SUSY een gebroken symmetrie is. De laatste term komt door de contributie van de stop squarks aan de Higgs-massa. Dit geeft voor het MSSM figuur 4.



*Figuur 4:* In dit figuur is een scan gemaakt binnen de MSSM-parameterruimte en we zien hier  $M_h$  als functie van  $\frac{X_t}{M_S}$ . Aangezien  $\tan\beta \gtrsim 10$ , geldt  $X_t \simeq A_t$ . Te zien is dat de voorkeur ligt bij  $A_t \simeq \sqrt{6}M_S$ , daar is de massa van het Higgs-boson ongeveer 125 GeV. [25]

Dit zegt ons dat we in de scan ervoor kunnen zorgen dat de Higgs-massa rond 125 GeV ligt, als we een grote  $\tan\beta$  aannemen en  $A_t \simeq \sqrt{6}M_S$ .

De voorwaarde dat  $\tan\beta$  groot is, laat de helft van de analyse afvallen (daar waar  $\tan\beta = 1.5$ ). Daarnaast is de Higgs-massa licht afhankelijk van  $\mu$ , maar niet zodanig dat het beperkingen op  $\mu$  legt. Het enige waar we voor moeten zorgen is dat als we een grotere  $\mu$  kiezen, we ook een grotere  $A_t$  moeten kiezen. De andere twee parameters hebben niets te maken met de analyse, dus deze kunnen we op een willekeurige manier instellen zonder dat dit consequenties heeft.

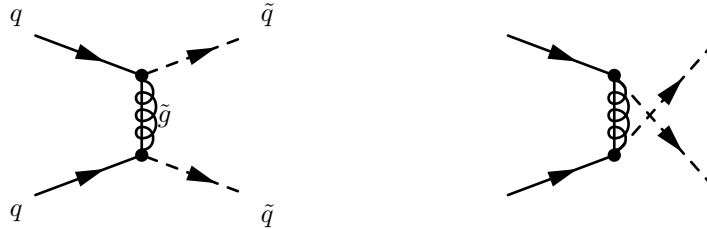
<sup>16</sup> $m_{\tilde{t}_1}$  en  $m_{\tilde{t}_2}$  zijn de massa's van de twee stop squarks na het diagonaliseren van de stop mixing matrix.



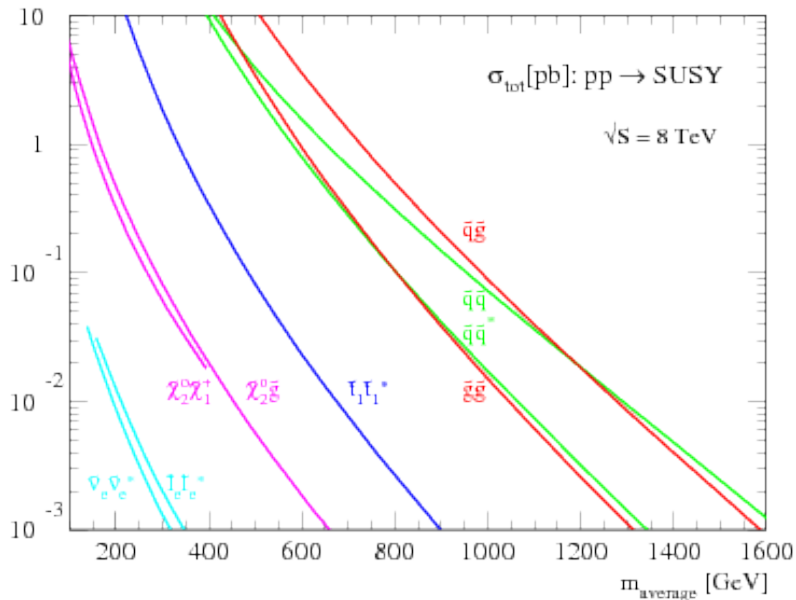
### 5.1.2 Bron van $\tilde{\chi}_2^0$

Het  $\tilde{\chi}_2^0$ -deeltje moet ergens vandaan komen om te kunnen vervallen in een Higgs-deeltje en het lichtste neutralino. We bekijken hiertoe het verval van squarks.

De LHC werkt met proton-proton botsingen. Hieruit zijn squarks<sup>17</sup> bijvoorbeeld te maken door middel van de volgende processen [13] [27]:



Maar er zijn ook processen waarbij antisquark-squark paren gevormd worden. Van al deze processen samen zijn door middel van een programma genaamd PROSPINO [28] ook botsingdoorsnedes uit te rekenen. Het resultaat hiervan is te zien in figuur 5.



*Figuur 5:* Botsingdoorsnedes van verschillende proton-proton  $\rightarrow$  SUSY-deeltjes processen bij een zwaartepuntsenergie van 8 TeV. Te zien is dat bij hogere squarkmassa's de botsingdoorsnede afneemt. [28]

De totale botsingdoorsnedes zijn te lezen in tabel 6. De resultaten zijn geproduceerd bij een zwaartepuntsenergie van 8 TeV in *next-to-leading order*<sup>18</sup>.

$M_{\tilde{q}}$ :	300	330	370	400	500	600	750
Totale squarkproductie (pb):	22.06	15.56	7.44	4.59	1.507	0.37	0.106

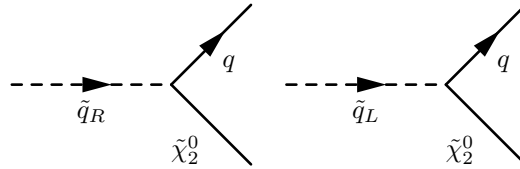
*Tabel 6:* Botsingdoorsnedes van de squarks bij 8 TeV.

<sup>17</sup>Hier worden alleen de eerste en tweede generatie squarks bedoeld, de sbottom en stop squarks zijn moeilijker om te maken doordat de massa's van hun 'SM' partners zo groot zijn. Door hun massa's komen top en bottom quarks tevens minder voor in protonen dan de lichtere quarks.

<sup>18</sup>Dit betekent dat enkel de eerste orde kwantumcorrecties meegenomen zijn.

Buiten dat we nu weten wat de werkzame doorsnede voor het squark productieproces is, kunnen we dit ook gebruiken om de waarden van de squarkparameters in het programma `sdecay` vast te leggen.

Het  $\tilde{\chi}_2^0$ -deeltje is te maken door het verval van een squark. Hierbij geldt wel dat de squarks zwaarder moeten zijn dan  $\tilde{\chi}_2^0$ . Daarnaast moeten we letten op het onderscheid tussen rechts- en linkshandige squarks, aangezien de rechtshandige squarks niet met een wino-achtig neutralino zullen koppelen. Er kunnen nu twee processen plaats vinden:



Om het linker diagram dominant te laten zijn mag  $\tilde{\chi}_2^0$  geen grote winocomponent hebben. Het W-boson koppelt namelijk alleen aan linkshandige deeltjes. Als we het rechter diagram willen laten domineren, moet het neutralino juist wel een grote winocomponent hebben.

Hiermee leggen we de parameters voor de eerste en tweede generatie squarkmassa's vast. Vaak wordt aangenomen dat de massaparameters van de eerste en tweede generatie squarks gelijk zijn aan elkaar (zie referentie [29]), dat zullen we hier ook doen. Voor de derde generatie squarks zullen we waarden kiezen die ver boven (minstens 2500 GeV) de andere squarkmassa's liggen. Zo vallen deze effectief uit ons verhaal, omdat deze zware derde generatie squarks zo gelijk zullen vervallen in de lichtere deeltjes.

### 5.1.3 Overige parameters

We houden hierna nog zeven verschillende parameters over:  $M_3$  (de gluinomassa),  $M_A$  (een van de Higgs-massaparameters) en vijf trilineaire koppelingen:  $A_u$ ,  $A_d$ ,  $A_e$ ,  $A_b$ ,  $A_\tau$ .

Voor  $M_3$  kunnen we de aanname maken dat gluino's zwaarder dan de eerste en tweede generatie squarks zijn, waarmee ze effectief uit het plaatje vallen. Hiermee zeggen we dat alle gluino's, als ze al geproduceerd worden, gelijk zullen vervallen in squarks. In het MSSM wordt deze aanname vaker gemaakt. [30]

Eenzelfde redenatie geldt voor de trilineaire koppelingen: om deze zo veel mogelijk buiten het beeld te houden zullen we deze koppelingen zo veel mogelijk op 0 zetten [29]. Dit kunnen we echter niet met elke koppeling doen, omdat het programma dan niet kan draaien. Daarom zetten we  $A_b$  en  $A_\tau$  op 1000 GeV. Ook voor  $M_A$  zullen we een waarde van 1000 GeV kiezen (hoewel deze waarde weinig uit maakt voor onze analyse, deze is alleen relevant voor de zwaardere Higgsino's).

Aangezien voor alle parameters nu verantwoorde waarden zijn gekozen, kunnen we de relatieve vervalsbreedtes berekenen.

## 5.2 Relatieve vervalsbreedtes

We kiezen uit tabel 4  $M_1=200$  GeV en  $M_2=500$  GeV. Hier hoort een  $\tan\beta$  van 50 en een  $\mu$  van tussen 350 GeV en 1500 GeV bij. We kiezen  $\mu = 500$  GeV. Daarnaast stellen we de volgende waarden in:

- $m_{\tilde{Q}} = M_A = A_b = A_\tau = 1000$  GeV.
- $A_u = A_e = A_d = 0$  GeV.
- $M_3 = m_{\tilde{t}_R} = m_{\tilde{b}_R} = m_{\tilde{L}} = m_{\tilde{\tau}_R} = 5000$  GeV.
- $m_{\tilde{q}} = m_{\tilde{u}_R} = m_{\tilde{d}_R} = m_{\tilde{l}} = m_{\tilde{e}_R} = 600$  GeV
- $A_t = 4000$  GeV.

Dit geeft:

- $M_{Higgs} = 125.4$  GeV.
- $\tilde{q}_L \rightarrow q + \tilde{\chi}_2^0 : 28.2\%^{19}$ .
- $\tilde{q}_R \rightarrow q + \tilde{\chi}_1^0 : 99.9\%$ .
- $\tilde{\chi}_2^0 \rightarrow \tilde{\chi}_1^0 + h : 83.7\%$ .
- $\tilde{\chi}_2^0 \rightarrow \tilde{\chi}_1^0 + Z : 16.3\%$ .

Hieruit kan er veel worden afgeleid van de koppelingen van de twee neutralino's. Aangezien de rechtshandige squarks niet vervallen in  $\tilde{\chi}_2^0$ , heeft deze een grote (dit betekent  $\simeq 1$ ) wino component. We weten dat het koppelt met het Higgs-boson, dus zal het ook een (eventueel wat kleinere) Higgsino component hebben. Dit maakt het andere neutralino bino-achtig (volgt uit de conclusies getrokken in hoofdstuk 4.1).

Aangezien we de eigenvectoren hebben uitgerekend, kunnen we dit ook nagaan met `Mathematica` (zie bijlage B.2 voor de code). Dit geeft:

$$\tilde{\chi}_1^0 = \begin{pmatrix} 0.993509 \\ 0.0120447 \\ 0.104559 \\ -0.0431628 \end{pmatrix} \quad \text{en} \quad \tilde{\chi}_2^0 = \begin{pmatrix} 0.0840779 \\ 0.706024 \\ -0.523993 \\ 0.468927 \end{pmatrix}$$

Dit is geschreven in de basis  $(\tilde{B}, \tilde{W}, \tilde{H}_d^0, \tilde{H}_u^0)$ . Onze aanname lijkt dus te kloppen:  $\tilde{\chi}_1^0$  heeft een zeer grote bino component en  $\tilde{\chi}_2^0$  heeft zowel een groot wino als Higgsino deel.

We kunnen het verval naar Higgs dominanter maken door hogere waarden van  $\mu$  te kiezen (richting 1500 GeV). We kunnen zo een maximum voor  $\tilde{q}_L \rightarrow q + \tilde{\chi}_2^0$  van ongeveer 33 % behalen. Ook zal dan  $\tilde{\chi}_2^0 \rightarrow \tilde{\chi}_1^0 + h$  100 % worden. Als we hogere waarden voor  $\mu$  kiezen, moet  $A_t$  ook omhoog<sup>20</sup>.

<sup>19</sup>Wederom worden hier de eerste en tweede generatie squarks bedoeld.

<sup>20</sup>Als een indicatie:  $A_t=4400$  GeV voor  $\mu = 1500$  GeV.

We kunnen eens kijken wat er gebeurt als we de waarden van  $M_1$  en  $M_2$  omdraaien en verder alles hetzelfde laten. Dit is ook een punt dat we terugvinden in tabel 5. We zetten dus  $M_1 = 500$  GeV en  $M_2 = 200$  GeV. Dit geeft:

- $M_{Higgs} = 125.7$  GeV.
- $\tilde{q}_L \rightarrow q + \tilde{\chi}_1^0 : 32.4$  %.
- $\tilde{q}_R \rightarrow q + \tilde{\chi}_2^0 : 90.7$  %.
- $\tilde{\chi}_2^0 \rightarrow \tilde{\chi}_1^0 + h : 26.4$  %.
- $\tilde{\chi}_2^0 \rightarrow \tilde{\chi}_1^\pm + W^\mp : 69.5$  %.
- $\tilde{\chi}_2^0 \rightarrow \tilde{\chi}_1^0 + Z : 5.1$  %.

We zien nu dat de rechtshandige squarks juist vervallen naar  $\tilde{\chi}_2^0$  en de linkshandige niet. De linkshandige vervallen naar de chargino's en het LSP, dus deze hebben een grote wino component. Ook koppelt het aan het Higgs-boson, dus zal het ook een Higgsinocomponent hebben. Dit maakt hier dus  $\tilde{\chi}_2^0$  bino-achtig, met ook een (kleine) Higgsinocomponent. Als we het nagaan met `Mathematica`:

$$\tilde{\chi}_1^0 = \begin{pmatrix} -0.0111699 \\ 0.979236 \\ -0.187689 \\ 0.0757922 \end{pmatrix} \text{ en } \tilde{\chi}_2^0 = \begin{pmatrix} 0.761205 \\ 0.130775 \\ 0.460194 \\ -0.43782 \end{pmatrix}$$

blijkt dit inderdaad te kloppen. Wederom is hier het verval in Higgs dominantier te maken door een hogere waarde van  $\mu$  te kiezen. Dit verval kan dan tot 99.9 % oplopen. Ook kan het verval van  $\tilde{q}_R$  in  $\tilde{\chi}_2^0$  dominantier worden gemaakt met dezelfde handeling (tot een maximum van  $\sim 33\%$ ).

Het blijkt dat voor elk scenario waarin  $M_1 > M_2$ ,  $\tilde{\chi}_2^0$  een grote binocomponent en  $\tilde{\chi}_1^0$  een grote winocomponent (met een iets kleinere Higgsinocomponent) heeft. Voor  $M_2 > M_1$  is dit net andersom.

Daarnaast hebben we gezien dat zolang het verschil tussen de twee lichtste neutralino's maar groter blijft dan 125 GeV, er een Higgsboson vrij kan komen via het aangegeven sterke productie proces. Dan moeten de squarks wel (een paar GeV) zwaarder zijn dan  $\tilde{\chi}_2^0$ . Dit geldt zowel in het geval van  $M_1 > M_2$  als voor  $M_2 > M_1$ . We kunnen om de voorgaande reden dus  $M_1$  niet gelijk aan  $M_2$  maken, het blijkt dat dan het massaverschil tussen de twee lichtste neutralino's nagenoeg 0 GeV is.

De derde generatie squarks hebben we in dit verhaal veel zwaarder gemaakt dan de eerste en tweede generatie squarks, waardoor deze squarks zowel naar de twee zwaarste neutralino's zullen vervallen als naar de eerste en tweede generatie squarks.

### 5.2.1 Relatieve vervalsbreedtes van het Higgs-boson

Het Higgs-boson heeft een levensduur van  $1.56 \cdot 10^{-22}$  seconde [31]. Hierdoor vervalst het voordat het in een detector gemeten kan worden. Het Higgs-boson kan dus alleen gemeten worden via andere deeltjes waarvan we de signatuur kennen. Bij een Higgs-massa van 125 GeV zijn er een aantal vervalkanalen van belang. [31]

Ten eerste is er het verval  $h \rightarrow llll$ , waarbij vier leptonen worden geproduceerd via twee Z bosonen. Bij dit verval is er zeer weinig achtergrond, waardoor het mogelijk is om de Higgs-massa zeer precies te meten. Hier is de ontbrekende impuls ten gevolge van een vrijkomend neutralino dus makkelijk te constateren. Helaas is het wel een zeldzaam kanaal, slechts  $0.0125 \pm 0.00053\%$  van alle Higgs-bosonen vervallen via dit kanaal. [31]

Een ander belangrijk vervalsproces is het verval  $h \rightarrow \gamma\gamma$  ( $0.228 \pm 0.014\%$ ). Ook dit kanaal is makkelijk te detecteren. [31]

Het dominante vervalkanaal is het verval  $h \rightarrow b\bar{b}$ ,  $57.7 \pm 1.7\%$  van de Higgs-bosonen vervalst op deze manier. Helaas is het een proces waar veel achtergrond mee gepaard gaat. Onze ‘achtergrond’ zou echter wel de massa van het lichtste neutralino moeten bevatten als ontbrekende impuls. Misschien dat er met deze voorwaarde ook van dit kanaal gebruik gemaakt kan worden. [31]

Er zijn nog meer vervalkanalen, maar deze zijn hier minder relevant.

### 5.3 Verwacht aantal Higgs-bosonen

We kunnen nu van het totale proces (inclusief het Higgs-verval) een relatieve vervalsbreedte uitrekenen. Als er twee squarks geproduceerd worden vanuit botsende protonen, kunnen deze beide rechtshandig, beide linkshandig of een mix van links- en rechtshandig zijn. Dit is afhankelijk van  $M_1$  ten opzichte van  $M_2$ .

$M_1 > M_2$ : Alle rechtshandige squarks vervallen bij benadering in  $\tilde{\chi}_2^0$ , waarna dit neutralino in een maximum van 33 % van de gevallen vervalft in een Higgs-boson. Als één squark rechtshandig en de andere linkshandig is, geeft dit 33 % kans op een Higgs-boson. Als beide squarks links zijn heb je geen kans op een Higgs-deeltje. Bij de combinatie rechts-rechts moeten we iets langer nadenken. Er kunnen twee gebeurtenissen plaatsvinden waarbij er een Higgs-boson te zien is: ofwel beide squarks vervallen in Higgs of maar één vervalft in Higgs. De kans dat er nu een Higgs-boson te zien is, is de totale kans (100 %) min de kans dat er geen Higgs-bosonen te zien zijn (67 %\*67 %). Deze kans is dus  $100 * (1 - 0.45) = 55\%$ . De totale kans op een Higgs-boson bij de productie van squarks is dus:

$$\begin{aligned} P(Higgs) &= 0.25 * LL + 0.25 * RR + 0.5 * LR \\ &= 0.25 * 0 + 0.25 * 0.55 + 0.5 * 0.33 \\ &\sim 0.3. \end{aligned}$$

De relatieve vervalsbreedte van het produceren van een (of meer) Higgs-boson uit twee squarks is 30 %.

$M_1 < M_2$ : Linkshandige squarks vervallen bij benadering in  $\tilde{\chi}_2^0$  met ongeveer 33 %, waarna dit neutralino vervalft in een Higgs-boson. De kans op een Higgs-boson is wederom 33 %. Er verandert nu dus niets in de redentatie, behalve dat we ‘links’ door ‘rechts’ moeten vervangen en andersom. Uiteindelijk geeft dit ook 30 %.

Zoals figuur 5 en tabel 6 laten zien hangt de botsingsdoorsnede van de productie van squarks af van hun massa. Daarnaast kan het Higgs-boson via verschillende kanalen vervallen, elk met een ander vervalspercentage. In de LHC bij 8 TeV is de geïntegreerde luminositeit<sup>21</sup>  $25 \text{ fb}^{-1}$ . Het verwachte aantal events bij ons proces is uit te rekenen door:

$$25000 * \text{BOTSINGSDOORSNEDE SQUARKS} * \text{BR}(\tilde{q} \rightarrow q + h + \tilde{\chi}_1^0) * \text{BR}(\text{HIGGS-VERVAL})^{22}.$$

In tabel 7 staan de uitkomsten van deze formule.

$m_{\tilde{q}}$ (in GeV)	Aantal events $h \rightarrow llll$	$h \rightarrow \gamma\gamma$	$h \rightarrow b\bar{b}$
300	$21 \pm 1$	$380 \pm 23$	$9.63 \cdot 10^4 \pm 2800$
330	$15 \pm 1$	$268 \pm 16$	$6.79 \cdot 10^4 \pm 2000$
370	7	$128 \pm 8$	$3.25 \cdot 10^4 \pm 960$
400	4	$79 \pm 5$	$2.0 \cdot 10^4 \pm 590$
500	1-2	$26 \pm 2$	$6581 \pm 194$
600	0	7	$1615 \pm 48$
750	0	0	$463 \pm 14$

*Tabel 7:* Verwacht aantal events voor verschillende vervalkanalen van het Higgs-boson. De fout is berekend door alleen de fout op de BR van het Higgs-verval te nemen. De andere waarden zijn theoretisch berekend en hier is geen eenduidige fout op te geven. Merk op dat in onze methode hoge squarkmassa’s zijn uitgesloten bij een zwaartepuntsenergie van 8 TeV. De kans dat er een proces gevonden wordt met een hoge squarkmassa is simpelweg te klein. De datasets met hoge  $M_1$  en  $M_2$  (dit betekent hoge massa’s voor de neutralino’s) die samengevat zijn in tabel 4 en 5 vallen dus af. Het aantal verwachte events bij de schoonste vervalkanalen van het Higgs is simpelweg te klein.

<sup>21</sup>Dit is een maat voor hoeveel botsingen er plaats vinden in een versneller.

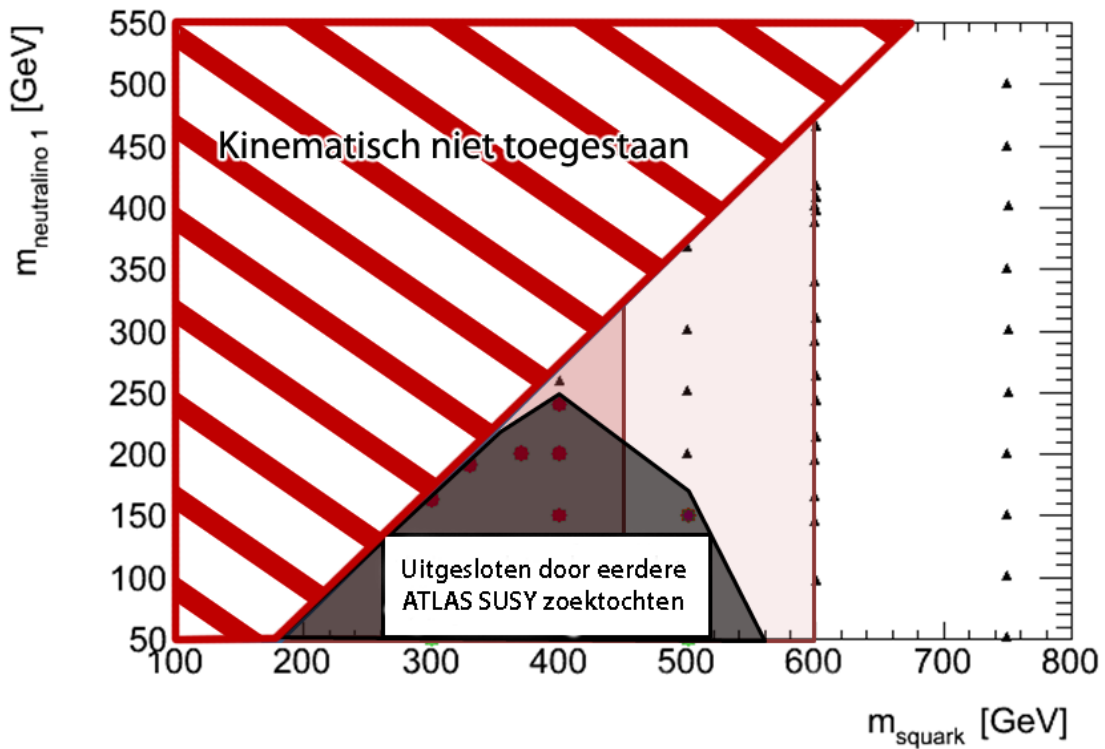
<sup>22</sup>Met BR de relatieve vervalsbreedte (*branching ratio*).

## 5.4 De zoektocht naar supersymmetrie

Voor het geval dat het lichtste neutralino wino-achtig is, is er een plot gemaakt van een aantal datapunten geproduceerd in SDECAY<sup>23</sup>. In figuur 6 is hiervan het resultaat te zien.

Het donker paarse gebied is het gebied wat met 95 % zekerheid is uitgesloten door eerdere zoektochten naar SUSY: daar is in ieder geval niets te vinden. Een aantal van onze datapunten liggen in dit gebied (aangeduid met de rode sterretjes). Voor de zwarte driehoekjes zijn we nog niet gevoelig geweest, waardoor deze punten nog wel aanwezig kunnen zijn in de data van de LHC. In het rood gearceerde gebied kunnen we niet komen, daar is namelijk het verschil tussen de squarkmassa en de massa van het LSP minder dan 125 GeV. Voor punten op de rode diagonale lijn is er een verschil tussen  $M_1$  en  $M_2$  van 150 GeV gebruikt. Hierbij lag  $M_1$  zo dicht mogelijk bij de gebruikte squarkmassa's. Om de rijen punten naar beneden te produceren is er steeds 50 GeV van  $M_2$  afgehaald terwijl  $M_1$  constant gehouden werd.

Daarnaast is  $\mu$  bij elke meting steeds op 1500 GeV gezet<sup>24</sup>. Alle trilineaire koppelingen hebben we niet veranderd ten opzichte van paragraaf 5.2.



*Figuur 6:* Samenvatting van een simulatie met behulp van SDECAY voor een zwaartepuntsenergie van 8 TeV. Op de verticale as zien we de massa van het lichtste neutralino in GeV, op de horizontale as is de squarkmassa te lezen. Boven de lijn  $m_{neutralino} = m_{squark} - 125$  GeV is het proces kinematisch niet toegestaan, omdat dan het verschil in massa tussen  $\chi_1^0$  en  $\chi_2^0$  te klein is om een Higgs-boson vrij te laten komen. De twee lilakleurige lijnen geven de grenzen aan tot waar we een proces kunnen meten voor  $h \rightarrow llll$  en  $h \rightarrow \gamma\gamma$ .

<sup>23</sup>Met dank aan Antonia Strübig.

<sup>24</sup>Dit is een realistische keuze op grond van tabel 4 en 5.

We kunnen in de figuur zien dat er een heel aantal punten zijn met  $m_{\tilde{q}} < 450$  GeV, wat vanuit tabel 7 ongeveer de limiet is voor het  $h \rightarrow llll$  kanaal. Deze grens is aangegeven met de eerste lilakleurige lijn. Aangezien dit een proces is met weinig achtergrond, zouden we kunnen kijken of er in dit kanaal een grote ontbrekende impuls ergens optreedt. Dit zou erg vreemd zijn voor dit kanaal en duidt dus op een mogelijk nieuw deeltje.

De grens van  $h \rightarrow \gamma\gamma$  is aangegeven met de tweede lilakleurige lijn. Ook dit is nog een schoon proces, dus tot aan de grens van  $m_{squark} < 600$  GeV hebben we een makkelijke weg om naar nieuwe fysica te zoeken<sup>25</sup>. Daarna wordt het lastiger, aangezien we dan via minder schone processen, zoals  $h \rightarrow b\bar{b}$ , moeten gaan zoeken.

We zien dat de productie van een Higgs-boson via de aangegeven sterke interactie mogelijk is. Hiervoor zijn geen extreme parameter gebieden afgezocht. Er zijn een heel aantal punten in de figuur waar we nog niet naar hebben gezocht, maar die nog niet uitgesloten zijn in de zoektocht naar nieuwe fysica. Deze punten zouden relatief simpel te vinden moeten zijn, het zouden schone processen zijn. We zouden moeten zoeken naar een signatuur van een Higgs-boson samen met een flinke hoeveelheid missende impuls om een stapje dichterbij het begrijpen van onze wereld te komen.

---

<sup>25</sup>Deze grens wordt gelegd op 600 GeV en niet op 700 GeV (iets wat je op grond van tabel 7 misschien zou verwachten). Dit doen we omdat we dan genoeg events kunnen vinden om onze hypothese te bevestigen of te weerleggen.



## 6 Conclusie

We vroegen ons af of de productie van een Higgs-boson mogelijk is binnen het MSSM via een sterke interactie squarkproductie proces. Het antwoord hierop is: het kan.

Om het lichtste neutralino binnen de huidige dataset van de LHC enigszins makkelijk te kunnen vinden, zouden deze squarks een massa moeten hebben van minder dan 600 GeV (de grens voor  $h \rightarrow \gamma\gamma$ ). Dit houdt in dat het LSP een massa zou moeten hebben van minder dan 450 GeV. In dit geval zouden er genoeg events zijn in de LHC data (bij 8 TeV) om het LSP, en dus nieuwe fysica, te ontdekken.

Er zijn geen extreme parameter gebieden afgezocht om tot deze conclusies te komen. Ook blijkt het dat er veel geschoven kan worden met de waarden van de parameters, zonder dat er hierdoor veel verandert. Er is dus een groot gebied in de parameter ruimte die het verval naar een Higgs-boson mogelijk maakt. De enige voorwaarde die hierbij gesteld is, is dat het massaverschil van de twee neutralino's groter moet zijn dan 125 GeV.

### 6.1 Vervolgonderzoek

In deze scriptie is enkel gekeken naar het verval van het op-een-na-lichtste neutralino. Ook is er alleen gekeken naar sterke interactie squark productie.

Bij een vervolgonderzoek zou er onderzocht kunnen worden wat de invloed van zwaardere neutralino's of chargino's is op dit onderzoek. Daarnaast kan gekeken worden naar andere mogelijke supersymmetrische productie processen en vervalkanalen, bijvoorbeeld via de sleptonen. Dit zal een minder sterke koppeling hebben, maar misschien dat er toch iets uit te halen valt.

Voor de voorgaande conclusies zijn er een aantal aannames gemaakt. Er kan gekeken worden naar wat voor een invloed deze aannames op de analyse hebben. We kunnen bijvoorbeeld kijken of we de gluino's lichter kunnen maken of dat we de derde generatie squarks lichter kunnen maken.

Daarnaast kan er onderzocht worden of de nieuwe datapunten in figuur 6 gevonden kunnen worden in de huidige data van de LHC. Hiervoor moet er gezocht worden naar een Higgs-signatuur met een bepaalde hoeveelheid ontbrekende impuls.

## Referenties

- [1] D. Griffiths, *Introduction to elementary particles*. Wiley-VCH Verlag GmbH, 2nd ed., augustus 2008.
- [2] J. Beringer et al., “Particle data group,” *Phys. Rev. D.*, vol. 86, 2012.
- [3] Sijbrand de Jong, “Structuur der materie: Subatomaire fysica, dictaat,” april 2013.
- [4] H. Haber and G. Kane, “The search for supersymmetry: Probing physics beyond the standard model,” *Physics Reports*, vol. 117, no. 24, pp. 75 – 263, 1985.
- [5] M. Gmirkin, “Galactic rotation curve predicted vs. observed (graph),” november 2008.
- [6] K. Freeman, G. McNamara, *In Search of Dark Matter*. Springer, 2006.
- [7] R. Nemiroff and J. Bonnell, “The matter of the bullet cluster (graph),” augustus 2006.
- [8] D. Paraficz, J. P. Kneib, J. Richard, A. Morandi, M. Limousin, and E. Jullo, “The bullet cluster revisited: New results from new constraints and improved strong lensing modeling technique,” 2012. arXiv:astro-ph/1209.0384.
- [9] E. A. Baltz, “Dark matter candidates,” augustus 2004. <http://www.slac.stanford.edu/econf/C040802/papers/L002.PDF>.
- [10] P.A.R. Ade et al. (Planck Collaboration), “Planck 2013 results. i. overview of products and scientific results table 9.,” *Astronomy and Astrophysics*, maart 2013. arXiv:astro-ph/1303.5062.
- [11] E. Komatsu, J. Dunkley, M. R. Nolta, C. L. Bennett, B. Gold, G. Hinshaw, N. Jarosik, D. Larson, M. Limon, L. Page, D. N. Spergel, M. Halpern, R. S. Hill, A. Kogut, S. S. Meyer, G. S. Tucker, J. L. Weiland, E. Wollack, and E. L. Wright, “Five-year wilkinson microwave anisotropy probe observations: Cosmological interpretation,” *The Astrophysical Journal Supplement Series*, vol. 180, no. 2, p. 330, 2009.
- [12] N. Arkani-Hamed, S. Dimopoulos, and G. Dvali, “The Hierarchy Problem and New Dimensions at a Millimeter,” *Phys.Lett B.*, vol. 439, p. 263, maart 1998.
- [13] I. Niessen, “Improving predictions for susy cross sections (phd thesis),” november 2012.
- [14] H. E. Haber, “Supersymmetry, part 1 (theory),” december 2011. <http://pdg.web.cern.ch/pdg/2011/reviews/rpp2011-rev-susy-1-theory.pdf>.
- [15] S. P. Martin, “A Supersymmetry primer,” 1997. arXiv:hep-ph/9709356v6.
- [16] S. P. Martin, “Some simple criteria for gauged  $r$  parity,” *Phys. Rev. D*, vol. 46, pp. R2769–R2772, oktober 1992.
- [17] Choi, S.Y. and Kalinowski, J. and Moortgat Pick, G. and Zerwas, P.M., “Analysis of the neutralino system in supersymmetric theories,” *The European Physical Journal C - Particles and Fields*, vol. 22, pp. 563–579, 2001.
- [18] A. Bartl, H. Fraas, W. Majerotto, and N. Oshimo, “Neutralino mass matrix in the minimal supersymmetric model,” *Phys. Rev. D*, vol. 40, pp. 1594–1605, september 1989.
- [19] I. Wolfram Research, “Mathematica, version 9.0,” 2013.
- [20] cc wiki, “Mathematics: Is there a general formula for solving 4th degree equations?.”
- [21] Leonard Eugene Dickson, *First Course in the Theory of Equations*. Wiley and Sons, augustus 2009.
- [22] S. L. Shmakov, “Universal method of solving quartic equations,” *International Journal of Pure and Applied Mathematics*, vol. 71, pp. 251–259, juni 2011.

- [23] J. Villanueva, “The cubic and quartic equations in intermediate algebra courses.” <http://archives.math.utk.edu/ICTCM/VOL16/C037/paper.pdf>.
- [24] M. Mühlleitner and A. Djouadi and Y. Mambrini, “Sdecay: a fortran code for the decays of the supersymmetric particles in the MSSM,” *Computer Physics Communications*, vol. 168, no. 1, pp. 46 – 70, 2005. <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0010465505000822>.
- [25] F. Mahmoudi, “SUSY and a 125 GeV Scalar,” 2012. arXiv:hep-ph/1205.3100.
- [26] S. Chatrchyan et al, CMS collaboration, “Observation of a new boson at a mass of 125 gev with the cms experiment at the lhc,” *Physics Letters B*, vol. 716, pp. 30–61, juli 2012.
- [27] W. Beenakker, R. Höpker, M. Spira and P.M.Zerwas, “Squark and gluino production at hadron colliders,” *Nucl. Phys.*, pp. 51–103, oktober 1996.
- [28] W. Beenakker, R. Höpker and M. Spira, “Prospino, a program for the production of supersymmetric particles in next-to-leading order qcd,” november 1996. arXiv:hep-ph/9611232.
- [29] P. Osland and P. N. Pandita, “Measuring the trilinear couplings of mssm neutral higgs bosons at high-energy  $e^+e^-$  colliders,” *Phys. Rev. D*, vol. 59, p. 055013, februari 1999.
- [30] S. Ambrosanio and B. Mele, “Neutralino decays in the minimal supersymmetric standard model,” *Phys. Rev. D*, vol. 53, pp. 2541–2562, maart 1996.
- [31] LHC Higgs Cross Section Working Group, “Handbook of lhc higgs cross sections: 2. differential distributions,” januari 2012. arXiv:hep-ph/1201.3084.

## A Bewijs diagonaliseren hermitische matrices

Een hermitische matrix is een matrix waarvoor geldt:  $A^\dagger = A$ . Een hermitische matrix is een soort normaal matrix, waarvoor geldt dat  $AA^\dagger = A^\dagger A$ . Voor een unitaire matrix geldt dat dit product gelijk is aan de eenheidsmatrix. Onze matrix is reëel en symmetrisch, en dus ook hermitisch.

**Stelling:**  $A$  is hermitisch  $\Rightarrow A$  kan gediagonaliseerd worden door een unitaire matrix.

*Bewijs:*  $A$  is hermitisch en hij voldoet aan de eigenwaardenvergelijking:  $A\vec{v} = \lambda\vec{v}$ . Daarnaast heeft  $A$  minstens één eigenvector met  $\vec{v} \neq 0$ . Bouw nu een nieuwe unitaire matrix,  $U_1$ , met als eerste kolom deze eigenvector  $\vec{v}_1$ . Dit mag, want we kunnen altijd een nieuwe matrix maken die toevallig unitair is, en deze eigenvector in zijn eerste kolom heeft staan. De rest van  $U_1$  noemen we  $Z$ , wat dus een  $(n) \times (n-1)$  matrix is als  $A$  een  $(n) \times (n)$  matrix is:

$$U_1 = \begin{pmatrix} \vec{v}_1 & Z \end{pmatrix}.$$

De kolommen van  $U_1$  geven een orthonormale set van vectoren, dus we kunnen zeggen dat  $Z_{ij} = (\vec{v}_j)_i$  voor  $i = 1, 2, \dots, n$  en  $j = 2, 3, \dots, n$ , waarbij  $\{\vec{v}_j\}$  een orthogonale set is. We weten dus dat:

$$\langle \vec{v}_i, \vec{v}_j \rangle = \delta_{ij}.$$

Maar we kunnen  $Z$  ook in termen van de vectoren schrijven:

$$\begin{aligned} (Z^\dagger \vec{v}_1)_j &= \sum_{i=1}^n (Z^*)_{ij} (\vec{v}_1)_i \\ &= \sum_{i=1}^n (\vec{v}_j^*)_i (\vec{v}_1)_i = 0. \end{aligned}$$

Dit gaan we gebruiken voor het volgende:

$$U_1^\dagger A U_1 = \begin{pmatrix} \vec{v}_1^\dagger A \vec{v}_1 & \vec{v}_1^\dagger A Z \\ Z^\dagger A \vec{v}_1 & Z^\dagger A Z \end{pmatrix}.$$

Nu weten we dat:

$$\begin{aligned} \vec{v}_1^\dagger A \vec{v}_1 &= \lambda \vec{v}_1^\dagger \vec{v}_1 = \lambda_1 \\ Z^\dagger A \vec{v}_1 &= \lambda_1 Z^\dagger \vec{v}_1 = 0. \end{aligned}$$

We weten daarnaast dat  $A$  hermitisch is, dus  $(U_1^\dagger A U_1)^\dagger = U_1^\dagger A U_1$ . Dit eist dat  $\vec{v}_1^\dagger A Z = Z^\dagger A \vec{v}_1 = 0$ . We houden nu over:

$$U_1^\dagger A U_1 = \begin{pmatrix} \lambda_1 & 0 \\ 0 & Z^\dagger A Z \end{pmatrix}$$

met  $(Z^\dagger A Z)^\dagger = Z^\dagger A Z$ , want  $A$  is hermitisch. We houden dus een hermitische  $(n-1) \times (n-1)$  matrix over, maar hier kunnen we hetzelfde trucje voor toepassen. We weten dat uit  $Z^\dagger A Z$  ook weer een eigenvector van  $A$  gaat komen. Bekijk hiervoor het eigenwaardeprobleem  $Z^\dagger A Z \vec{v} = \lambda \vec{v}$ .  $Z Z^\dagger = 1$ , want  $U_1$  is unitair. Dus  $A Z \vec{v} = \lambda Z \vec{v}$ . Neem nu  $\vec{y} = Z \vec{v}$ , dan krijgen we weer een eigenwaardenvergelijking voor  $A$ :  $A \vec{y} = \lambda \vec{y}$ . Dus  $\lambda$  moet een eigenvalue van  $A$  zijn.

We kunnen dus de procedure  $n-1$  keer herhalen, waarna we eindigen met een diagonaalmatrix:

$$U_1^\dagger A U_1 = \begin{pmatrix} \lambda_1 & 0 & \cdot & \cdot & \cdot \\ 0 & \lambda_2 & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & 0 & \lambda_n \end{pmatrix}.$$

Hiermee hebben we bewezen dat een hermitische matrix diagonaliseerbaar is met een unitaire matrix. Het maakt in dit bewijs niet uit als er een eigenvalue ontaard is en dus meerdere keren voor komt. Ook hebben we laten zien dat de eigenvectoren van een hermitische matrix orthonormaal kunnen zijn (dit zijn namelijk de kolommen van  $U$ ).

## B Mathematicacode

N.B. De resultaten van de code worden hier niet weergegeven, doordat deze te uitgebreid zijn.

### B.1 Eigenwaarden

```
Eigenvalues[{{M1, 0, -mz*Sin[w]*Cos[y], mz*Sin[w]*Sin[y]}, {0, M2, mz*Cos[w]*Cos[y], -mz*Cos[w]*Sin[y]}, {-mz*Sin[w]*Cos[y], mz*Cos[w]*Cos[y], 0, -u}, {mz*Sin[w]*Sin[y], -mz*Cos[w]*Sin[y], -u, 0}}]
```

Hieruit kwamen eigenwaarden die nog steeds een vierdegraadsvergelijking bevatte. Deze werd als volgt opgelost:

```
Solve[-4M1M2u^2-M1mz^2uSin[2w-2y]+M2mz^2uSin[2w-2y]+2M1mz^2uSin[2y]+2M2mz^2uSin[2y]+M1mz^2uSin[2w+2y]-M2mz^2uSin[2w+2y]+(2M1mz^2+2M2mz^2+4M1u^2+4M2u^2+2M1mz^2Cos[2w]-2M2mz^2Cos[2w]-4mz^2uSin[2y])x+(4M1M2-4mz^2-4u^2)x^2+(-4M1-4M2)x^3+4x^4==0, x].
```

### B.2 Eigenvectoren

```
Eigenvectors[{{M1, 0, -mz*Sin[w]*Cos[y], mz*Sin[w]*Sin[y]}, {0, M2, mz*Cos[w]*Cos[y], -mz*Cos[w]*Sin[y]}, {-mz*Sin[w]*Cos[y], mz*Cos[w]*Cos[y], 0, -u}, {mz*Sin[w]*Sin[y], -mz*Cos[w]*Sin[y], -u, 0}}]
```

De eigenvectoren die hieruit kwamen waren niet genormaliseerd, hiervoor was het commando 'Normalize' nodig.

### B.3 Plot van eigenwaarden en eigenvectoren

Eerst werden de verschillende eigenwaarden toegekend aan een functie:

```
f[M1_, M2_, mz_, u_, y_, w_] :=
```

Daarna werden de vier functies geplott:

```
Plot[{Table[f[M1, M2, mz, u, y, w], {y, 0.982793723, 0.982793723}, {M1, 2500, 2500}, {M2, 2000, 2000}, {w, 0.49, 0.49}, {mz, 91.1876, 91.1876}], Table[g[M1, M2, mz, u, y, w], {y, 0.982793723, 0.982793723}, {M1, 2500, 2500}, {M2, 2000, 2000}, {w, 0.49, 0.49}, {mz, 91.1876, 91.1876}], Table[h[M1, M2, mz, u, y, w], {y, 0.982793723, 0.982793723}, {M1, 2500, 2500}, {M2, 2000, 2000}, {w, 0.49, 0.49}, {mz, 91.1876, 91.1876}], Table[i[M1, M2, mz, u, y, w], {y, 0.982793723, 0.982793723}, {M1, 2500, 2500}, {M2, 2000, 2000}, {w, 0.49, 0.49}, {mz, 91.1876, 91.1876}]], {u, 0, 2500}, AxesLabel->{"mu", "Neutrinomasses"}.}
```

Voor de eigenvectoren werd dezelfde methode gehanteerd.

## C Verval van $\tilde{\chi}_2^0$

Diagram	Voorwaarden	$\tilde{\chi}_2^0$ $\tilde{\chi}_1^0$	$g_h$ $g_h$	$g_h$ $g_w$	$g_h$ $g_b$	$g_w$ $g_h$	$g_w$ $g_w$	$g_w$ $g_b$	$g_b$ $g_h$	$g_b$ $g_w$	$g_b$ $g_b$
	$M_{\tilde{\chi}_2^0} \geq 2M_u + M_{\tilde{\chi}_1^0}$						X	X		X	X
	$M_{\tilde{\chi}_2^0} \geq 2M_d + M_{\tilde{\chi}_1^0}$						X	X		X	X
	$M_{\tilde{\chi}_2^0} \geq M_u + M_{\tilde{\chi}_1^0} + M_c$ <sup>26</sup>						X	X		X	X
	$M_{\tilde{\chi}_2^0} \geq 2M_c + M_{\tilde{\chi}_1^0}$						X	X		X	X
	$M_{\tilde{\chi}_2^0} \geq M_s + M_d + M_{\tilde{\chi}_1^0}$						X	X		X	X
	$M_{\tilde{\chi}_2^0} \geq 2M_s + M_{\tilde{\chi}_1^0}$						X	X		X	X
	$M_{\tilde{\chi}_2^0} \geq M_t + M_u + M_{\tilde{\chi}_1^0}$			X	X		X	X		X	X

<sup>26</sup>De omgekeerde situatie, waarbij de antiquark zwaarder is dan de gewone quark, is ook toegestaan. Dit geldt ook voor de gevallen die hierna zullen komen.

Diagram	Voorwaarden	$\tilde{\chi}_2^0$ :	$g_h$	$g_h$	$g_h$	$g_w$	$g_w$	$g_w$	$g_b$	$g_b$	$g_b$	
		$\tilde{\chi}_1^0$ :	$g_h$	$g_w$	$g_b$	$g_h$	$g_w$	$g_b$	$g_h$	$g_w$	$g_b$	
	$M_{\tilde{\chi}_2^0} \geq M_t + M_c + M_{\tilde{\chi}_1^0}$			X	X			X	X		X	X
	$M_{\tilde{\chi}_2^0} \geq 2M_t + M_{\tilde{\chi}_1^0}$		X	X	X			X	X		X	X
	$M_{\tilde{\chi}_2^0} \geq M_b + M_d + M_{\tilde{\chi}_1^0}$							X	X		X	X
	$M_{\tilde{\chi}_2^0} \geq M_b + M_s + M_{\tilde{\chi}_1^0}$							X	X		X	X
	$M_{\tilde{\chi}_2^0} \geq 2M_b + M_{\tilde{\chi}_1^0}$							X	X		X	X
	$M_{\tilde{\chi}_2^0} \geq 2M_e + M_{\tilde{\chi}_1^0}$							X	X		X	X
	$M_{\tilde{\chi}_2^0} \geq M_\mu + M_e + M_{\tilde{\chi}_1^0}$							X	X		X	X

Diagram	Voorwaarden	$\tilde{\chi}_2^0$ :	$g_h$	$g_h$	$g_h$	$g_w$	$g_w$	$g_w$	$g_b$	$g_b$	$g_b$	
		$\tilde{\chi}_1^0$ :	$g_h$	$g_w$	$g_b$	$g_h$	$g_w$	$g_b$	$g_h$	$g_w$	$g_b$	
	$M_{\tilde{\chi}_2^0} \geq 2M_\mu + M\tilde{\chi}_1^0$							X	X		X	X
	$M_{\tilde{\chi}_2^0} \geq M_\tau + M_e + M\tilde{\chi}_1^0$							X	X		X	X
	$M_{\tilde{\chi}_2^0} \geq M_\tau + M_\mu + M\tilde{\chi}_1^0$							X	X		X	X
	$M_{\tilde{\chi}_2^0} \geq 2M_\tau + M\tilde{\chi}_1^0$							X	X		X	X
	$M_{\tilde{\chi}_2^0} \geq 2M_\nu + M\tilde{\chi}_1^0$							X	X		X	X
	$M_{\tilde{\chi}_2^0} \geq 2M_t + M\tilde{\chi}_1^0$		X	X	X	X	X	X	X	X	X	X
	$M_{\tilde{\chi}_2^0} \geq 2M_b + M\tilde{\chi}_1^0$		X	X	X	X	X	X	X	X	X	X



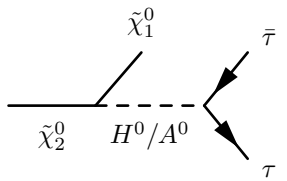
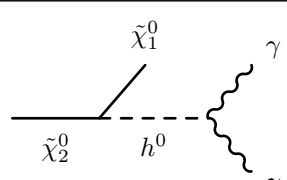
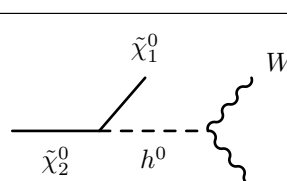
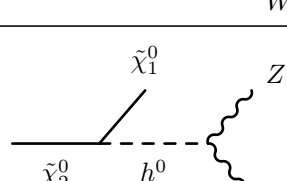
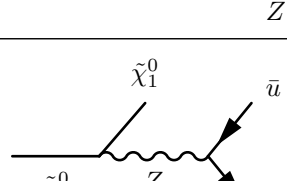
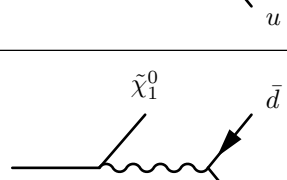
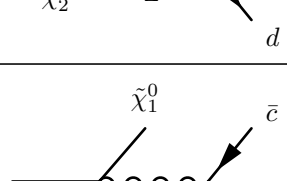
Diagram	Voorwaarden	$\tilde{\chi}_2^0$ :	$g_h$	$g_h$	$g_h$	$g_w$	$g_w$	$g_w$	$g_b$	$g_b$	$g_b$
		$\tilde{\chi}_1^0$ :	$g_h$	$g_w$	$g_b$	$g_h$	$g_w$	$g_b$	$g_h$	$g_w$	$g_b$
	$M_{\tilde{\chi}_2^0} \geq 2M_\tau + M_{\tilde{\chi}_1^0}$		X	X	X	X	X	X	X	X	X
	$M_{\tilde{\chi}_2^0} \geq M_{\tilde{\chi}_1^0}$		X	X	X	X	X	X	X	X	X
	$M_{\tilde{\chi}_2^0} \geq 2M_W + M_{\tilde{\chi}_1^0}$		X	X	X	X	X	X	X	X	X
	$M_{\tilde{\chi}_2^0} \geq 2M_Z + M_{\tilde{\chi}_1^0}$		X	X	X	X	X	X	X	X	X
	$M_{\tilde{\chi}_2^0} \geq 2M_u + M_{\tilde{\chi}_1^0}$		X	X		X	X				
	$M_{\tilde{\chi}_2^0} \geq 2M_d + M_{\tilde{\chi}_1^0}$		X	X		X	X				
	$M_{\tilde{\chi}_2^0} \geq 2M_c + M_{\tilde{\chi}_1^0}$		X	X		X	X				

Diagram	Voorwaarden	$\tilde{\chi}_2^0$ :	$g_h$	$g_h$	$g_h$	$g_w$	$g_w$	$g_w$	$g_b$	$g_b$	$g_b$
		$\tilde{\chi}_1^0$ :	$g_h$	$g_w$	$g_b$	$g_h$	$g_w$	$g_b$	$g_h$	$g_w$	$g_b$
<p>A Feynman diagram showing a stop squark (<math>\tilde{\chi}_2^0</math>) decaying into a Z boson and a stop quark (<math>s</math>). A chargino (<math>\tilde{\chi}_1^0</math>) is shown in a loop between the Z boson and the stop quark. The Z boson also decays into an anti-strange quark (<math>\bar{s}</math>) and a strange quark (<math>s</math>).</p>	$M_{\tilde{\chi}_2^0} \geq 2M_s + M_{\tilde{\chi}_1^0}$		X	X		X	X				
<p>A Feynman diagram showing a bottom squark (<math>\tilde{\chi}_2^0</math>) decaying into a Z boson and a bottom quark (<math>b</math>). A chargino (<math>\tilde{\chi}_1^0</math>) is shown in a loop between the Z boson and the bottom quark. The Z boson also decays into an anti-bottom quark (<math>\bar{b}</math>) and a bottom quark (<math>b</math>).</p>	$M_{\tilde{\chi}_2^0} \geq 2M_b + M_{\tilde{\chi}_1^0}$		X	X		X	X				
<p>A Feynman diagram showing a tau squark (<math>\tilde{\chi}_2^0</math>) decaying into a Z boson and a tau lepton (<math>\tau</math>). A chargino (<math>\tilde{\chi}_1^0</math>) is shown in a loop between the Z boson and the tau lepton. The Z boson also decays into an anti-tau lepton (<math>\bar{\tau}</math>) and a tau lepton (<math>\tau</math>).</p>	$M_{\tilde{\chi}_2^0} \geq 2M_\tau + M_{\tilde{\chi}_1^0}$		X	X		X	X				
<p>A Feynman diagram showing a muon squark (<math>\tilde{\chi}_2^0</math>) decaying into a Z boson and a muon (<math>\mu</math>). A chargino (<math>\tilde{\chi}_1^0</math>) is shown in a loop between the Z boson and the muon. The Z boson also decays into an anti-muon (<math>\bar{\mu}</math>) and a muon (<math>\mu</math>).</p>	$M_{\tilde{\chi}_2^0} \geq 2M_\mu + M_{\tilde{\chi}_1^0}$		X	X		X	X				
<p>A Feynman diagram showing a neutrino squark (<math>\tilde{\chi}_2^0</math>) decaying into a Z boson and a neutrino (<math>\nu</math>). A chargino (<math>\tilde{\chi}_1^0</math>) is shown in a loop between the Z boson and the neutrino. The Z boson also decays into an anti-neutrino (<math>\bar{\nu}</math>) and a neutrino (<math>\nu</math>).</p>	$M_{\tilde{\chi}_2^0} \geq 2M_\nu + M_{\tilde{\chi}_1^0}$		X	X		X	X				

## D Samenvatting van eigenwaardenanalyse

Geslacht ( $M_{\tilde{\chi}_2^0} - M_{\tilde{\chi}_1^0} > 125$ GeV?)	$\tan(\beta)$	$M_1$ (GeV)	$M_2$ (GeV)	$\mu$ (>GeV)	$\tilde{\chi}_1^0$	$\tilde{\chi}_2^0$
-	1.5	50	50	nooit	-	-
-	1.5	50	100	nooit	-	-
-	1.5	50	200	nooit	-	-
X	1.5	50	500	280	$\lambda_2$	$\lambda_3$
X	1.5	50	1000	160	$\lambda_2$	$\lambda_3$
-	1.5	100	50	nooit	-	-
-	1.5	100	100	nooit	-	-
-	1.5	100	200	nooit	-	-
X	1.5	100	500	220	$\lambda_2$	$\lambda_3$
X	1.5	100	1000	200	$\lambda_2$	$\mu < 300 : \lambda_1$ $\mu > 300 : \lambda_3$
X	1.5	200	50	120	$\lambda_2$	$\mu < 170 : \lambda_1$ $\mu > 170 : \lambda_3$
X	1.5	200	100	200	$\lambda_2$	$\lambda_3$
-	1.5	200	200	nooit	-	-
X	1.5	200	500	350	$\lambda_2$	$\lambda_3$
X	1.5	200	1000	190	$\lambda_2$	$\mu < 400 : \lambda_1$ $\mu > 400 : \lambda_3$
X	1.5	500	50	220	$\lambda_2$	$\mu < 400 : \lambda_1$ $\mu > 400 : \lambda_3$
X	1.5	500	100	170	$\lambda_2$	$\mu < 410 : \lambda_1$ $\mu > 410 : \lambda_3$
X	1.5	500	200	280	$\lambda_2$	$\mu < 435 : \lambda_1$ $\mu > 435 : \lambda_3$
-	1.5	500	500	nooit	-	-
X	1.5	500	1000	615	$\lambda_2$	$\lambda_3$
X	1.5	750	1000	880	$\lambda_2$	$\lambda_3$
X	1.5	750	1500	900	$\lambda_2$	$\lambda_3$
X	1.5	750	2000	875	$\lambda_2$	$\mu < 1120 : \lambda_1$ $\mu > 1120 : \lambda_3$
X	1.5	750	2500	880	$\lambda_2$	$\mu < 1310 : \lambda_1$ $\mu > 1310 : \lambda_3$
X	1.5	1000	50	150	$\lambda_2$	$\mu < 800 : \lambda_1$ $\mu > 800 : \lambda_3$
X	1.5	1000	100	170	$\lambda_2$	$\mu < 800 : \lambda_1$ $\mu > 800 : \lambda_3$
X	1.5	1000	200	250	$\lambda_2$	$\mu < 800 : \lambda_1$ $\mu > 800 : \lambda_3$
X	1.5	1000	500	570	$\lambda_2$	$\mu < 890 : \lambda_1$ $\mu > 890 : \lambda_3$
X	1.5	1000	750	820	$\lambda_2$	$\mu < 950 : \lambda_1$ $\mu > 950 : \lambda_3$
-	1.5	1000	1000	nooit	-	-
X	1.5	1000	1500	1110	$\lambda_2$	$\lambda_3$
X	1.5	1000	2000	1125	$\lambda_2$	$\mu < 1300 : \lambda_1$ $\mu > 1300 : \lambda_3$
X	1.5	1000	2500	1125	$\lambda_2$	$\mu < 1450 : \lambda_1$ $\mu > 1450 : \lambda_3$

D SAMENVATTING VAN EIGENWAARDENANALYSE

Geslacht ( $M_{\tilde{\chi}_2^0} - M_{\tilde{\chi}_1^0} > 125$ GeV?)	$\tan(\beta)$	$M_1$ (GeV)	$M_2$ (GeV)	$\mu$ (>GeV)	$\tilde{\chi}_1^0$	$\tilde{\chi}_2^0$
X	1.5	1500	750	840	$\lambda_2$	$\mu < 1400 : \lambda_1$ $\mu > 1400 : \lambda_3$
X	1.5	1500	1000	1100	$\lambda_2$	$\mu < 1400 : \lambda_1$ $\mu > 1400 : \lambda_3$
X	1.5	1500	2000	1600	$\lambda_2$	$\lambda_3$
X	1.5	1500	2500	1620	$\lambda_2$	$\mu < 1810 : \lambda_1$ $\mu > 1810 : \lambda_3$
X	1.5	2000	750	850	$\lambda_2$	$\mu < 1700 : \lambda_1$ $\mu > 1700 : \lambda_3$
X	1.5	2000	1000	1115	$\lambda_2$	$\mu < 1800 : \lambda_1$ $\mu > 1800 : \lambda_3$
X	1.5	2000	1500	1115	$\lambda_2$	$\mu < 1800 : \lambda_1$ $\mu > 1800 : \lambda_3$
X	1.5	2000	2500	2100	$\lambda_2$	$\lambda_3$
X	1.5	2500	750	850	$\lambda_2$	$\mu < 2100 : \lambda_1$ $\mu > 2100 : \lambda_3$
X	1.5	2500	1000	1125	$\lambda_2$	$\mu < 2300 : \lambda_1$ $\mu > 2300 : \lambda_3$
X	1.5	2500	1500	1600	$\lambda_2$	$\mu < 2350 : \lambda_1$ $\mu > 2350 : \lambda_3$
X	1.5	2500	2000	2100	$\lambda_2$	$\mu < 2400 : \lambda_1$ $\mu > 2400 : \lambda_3$
-	50	50	50	nooit	-	-
-	50	50	100	nooit	-	-
X	50	50	200	250	$\lambda_2$	$\lambda_3$
X	50	50	500	200	$\lambda_2$	$\lambda_3$
X	50	50	1000	180	$\lambda_2$	$\lambda_3$
-	50	100	50	nooit	-	-
-	50	100	100	nooit	-	-
-	50	100	200	nooit	-	-
X	50	100	500	220	$\lambda_2$	$\lambda_3$
X	50	100	1000	220	$\lambda_2$	$\lambda_3$
X	50	200	50	180	$\lambda_2$	$\lambda_3$
-	50	200	100	nooit	-	-
-	50	200	200	nooit	-	-
X	50	200	500	330	$\lambda_2$	$\lambda_3$
X	50	200	1000	320	$\lambda_2$	$\lambda_3$
X	50	500	50	180	$\lambda_2$	$\mu < 300 : \lambda_1$ $\mu > 300 : \lambda_3$
X	50	500	100	200	$\lambda_2$	$\mu < 360 : \lambda_1$ $\mu > 360 : \lambda_3$
X	50	500	200	300	$\lambda_2$	$\mu < 450 : \lambda_1$ $\mu > 450 : \lambda_3$
-	50	500	500	nooit	-	-
X	50	500	1000	640	$\lambda_2$	$\lambda_3$
X	50	750	1000	910	$\lambda_2$	$\lambda_3$
X	50	750	1500	900	$\lambda_2$	$\mu < 1150 : \lambda_1$ $\mu > 1150 : \lambda_3$
X	50	750	2000	870	$\lambda_2$	$\mu < 1600 : \lambda_1$ $\mu > 1600 : \lambda_3$
X	50	750	2500	880	$\lambda_2$	$\mu < 2000 : \lambda_1$ $\mu > 2000 : \lambda_3$

D SAMENVATTING VAN EIGENWAARDENANALYSE

Geslacht ( $M_{\tilde{\chi}_2^0} - M_{\tilde{\chi}_1^0} > 125$ GeV?)	$\tan(\beta)$	$M_1$ (GeV)	$M_2$ (GeV)	$\mu$ (>GeV)	$\tilde{\chi}_1^0$	$\tilde{\chi}_2^0$
X	50	1000	50	180	$\lambda_2$	$\mu < 700 : \lambda_1$ $\mu > 700 : \lambda_3$
X	50	1000	100	200	$\lambda_2$	$\mu < 700 : \lambda_1$ $\mu > 700 : \lambda_3$
X	50	1000	200	300	$\lambda_2$	$\mu < 750 : \lambda_1$ $\mu > 750 : \lambda_3$
X	50	1000	500	600	$\lambda_2$	$\mu < 850 : \lambda_1$ $\mu > 850 : \lambda_3$
X	50	1000	750	880	$\lambda_2$	$\mu < 960 : \lambda_1$ $\mu > 960 : \lambda_3$
-	50	1000	1000	nooit	-	-
X	50	1000	1500	1120	$\lambda_2$	$\lambda_3$
X	50	1000	2000	1120	$\lambda_2$	$\mu < 1250 : \lambda_1$ $\mu > 1250 : \lambda_3$
X	50	1000	2500	1150	$\lambda_2$	$\mu < 1250 : \lambda_1$ $\mu > 1250 : \lambda_3$
X	50	1500	750	885	$\lambda_2$	$\mu < 1300 : \lambda_1$ $\mu > 1300 : \lambda_3$
X	50	1500	1000	1135	$\lambda_2$	$\mu < 1350 : \lambda_1$ $\mu > 1350 : \lambda_3$
X	50	1500	2000	1620	$\lambda_2$	$\lambda_3$
X	50	1500	2500	1620	$\lambda_2$	$\mu < 1700 : \lambda_1$ $\mu > 1700 : \lambda_3$
X	50	2000	750	860	$\lambda_2$	$\mu < 1850 : \lambda_1$ $\mu > 1850 : \lambda_3$
X	50	2000	1000	1115	$\lambda_2$	$\mu < 1850 : \lambda_1$ $\mu > 1850 : \lambda_3$
X	50	2000	1500	1620	$\lambda_2$	$\mu < 1890 : \lambda_1$ $\mu > 1890 : \lambda_3$
X	50	2000	2500	2215	$\lambda_2$	$\lambda_3$
X	50	2500	750	890	$\lambda_2$	$\mu < 2100 : \lambda_1$ $\mu > 2100 : \lambda_3$
X	50	2500	1000	1110	$\lambda_2$	$\mu < 2300 : \lambda_1$ $\mu > 2300 : \lambda_3$
X	50	2500	1500	1610	$\lambda_2$	$\mu < 2350 : \lambda_1$ $\mu > 2350 : \lambda_3$
X	50	2500	2000	2100	$\lambda_2$	$\mu < 2400 : \lambda_1$ $\mu > 2400 : \lambda_3$