

Het experimenteel bepalen van een massalimiet voor neutralino's

Bachelorscriptie Renz Bakx
Begeleider: Dr. Sascha Caron
Afdeling: Hoge Energie Fysica

2 juli 2015

Inhoudsopgave

1	Inleiding	2
2	Supersymmetrie	3
2.1	Het Standaardmodel	3
2.2	Het Hiërarchieprobleem	5
2.3	Donkere Materie	5
2.4	Het Minimale Supersymmetrische Standaardmodel	6
2.5	R-Pariteit	7
2.6	Neutralino's	8
3	Neutralino Paarproductie	9
3.1	Monojets	10
4	Proceseigenschappen	13
4.1	Botsingsdoorsnedes	14
4.2	Efficiëntie	16
4.3	Resultaten	17
5	Massalimiet neutralino	19
5.1	Statistiek	19
5.2	Toepassen	21
6	Conclusie	24
	Appendices	26
A	Resultaten Simulaties	27

Hoofdstuk 1

Inleiding

Niet lang geleden werd het Higgs-boson in de LHC in CERN gevonden en daarmee lijkt het Standaardmodel compleet. Maar met dit model zijn een aantal problemen gevonden, waaronder het Hiërarchieprobleem en Donkere Materie. Deze problemen geven aanleiding tot de conclusie dat er meer aan de hand moet zijn in de deeltjesfysica. De theorie van Supersymmetrie poogt te verklaren wat dit is.

In deze scriptie zal er worden gekeken naar een proces waar Supersymmetrische deeltjes, neutralino's, ontstaan. Bij dit proces kunnen er ook zogenaamde jets van deeltjes worden geproduceerd, die in een detector kunnen worden gemeten. In hoofdstuk 3 zal worden uitgelegd hoe deze jets gevonden kunnen worden. Vervolgens zal in hoofdstuk 4 en hoofdstuk 5 worden onderzocht welke eigenschappen er ontdekt kunnen worden.

De conclusie van deze scriptie is dat er een verband tussen de Higgsino-achtigheid en de massa van de neutralino's. Er kunnen dan neutralino's met een bepaalde verhouding tussen deze twee grootheden statistisch worden uitgesloten.

Hoofdstuk 2

Supersymmetrie

In dit hoofdstuk worden het Standaardmodel en haar Supersymmetrische uitbreiding besproken, omdat die in deze scriptie een grote rol spelen. Het Standaardmodel is de theorie die beschrijft hoe de elementaire deeltjes met elkaar interageren. Het geeft een zeer goede beschrijving van de deeltjesfysica tot nu toe, al zijn er wel een paar problemen mee, die in paragraaf 2.2 besproken zullen worden. Alle bekende krachten (zwakke kernkracht, sterke kernkracht en de elektromagnetische kracht), op de zwaartekracht na, kunnen worden beschreven met dit model [1].

2.1 Het Standaardmodel

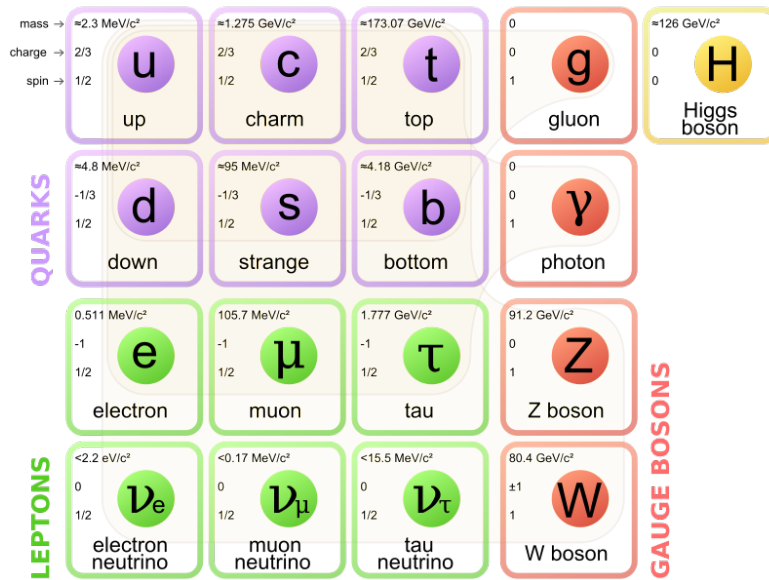
Het Standaardmodel bestaat uit verschillende soorten deeltjes, de eerste groep bestaat uit de *quarks*. Quarks komen in drie *families* (up-down, charm-strange en top-bottom). Iedere familie heeft twee *smaken*, een quark met lading $-1/3|e|$ en een quark met lading $+2/3|e|$. De elementaire lading $|e|$ heeft de grootte van de lading van één proton. De quarks worden ook wel materiedeeltjes genoemd omdat protonen en neutronen uit up- en down-quarks bestaan. Alle quarks hebben een spin van $1/2$ en zijn dus *fermionen*¹. De quarks hebben naast deze eigenschappen nog een ander kwantumgetal: *kleur*. Ze kunnen rood, blauw of groen zijn [1].

Net als de quarks, komen de *leptonen* ook in drie families. Dit zijn de *electron*, *muon* en *tau* families. Ze worden leptonen genoemd omdat de eerste leptonen die werden ontdekt (elektron en muon) een zeer kleine massa hebben. Iedere familie heeft een lepton met lading $-|e|$ en een lepton dat ongeladen is. Ook de leptonen zijn fermionen, ze hebben allemaal een spin van $1/2$ [1].

¹Fermionen zijn deeltjes met een half-tallige spin, deeltjes met een heeltallige spin worden *bosonen* genoemd [1].

Dan zijn er nog de *krachtdeeltjes*. Deze deeltjes zijn elk verantwoordelijk voor het overbrengen van een fundamentele natuurkracht. De *fotonen* kunnen met behulp van *Kwantumelektrodynamica* (QED²) gekoppeld worden aan elektrisch geladen deeltjes. Fotonen zijn dus de dragers van de elektromagnetische kracht, als het ware. Alle krachtdeeltjes zijn bosonisch en hebben dus een spin van 1. Fotonen zijn daarnaast massaloos en hebben geen lading [1].

Een andere theorie, *Kwantumchromodynamica* (QCD³), beschrijft hoe *gluonen* aan de sterke kernkracht kunnen worden gekoppeld. Gluonen hebben via kleur een wisselwerking met quarks en andere gluonen en zorgen zo voor de sterke binding binnen protonen en neutronen. Net zoals de fotonen hebben gluonen geen massa en geen lading [1].



Figuur 2.1: De verschillende deeltjes van het Standaardmodel [3].

Het *W-boson* en *Z-boson* zijn de dragers van de zwakke kernkracht. Deze kracht laat verschillende smaken quarks in elkaar over gaan en speelt een rol bij radioactief verval. Het *Z-boson* is elektrisch neutraal en het *W-boson* komt in twee varianten, een met lading $+|e|$ en een met lading $-|e|$ [1].

Het Higgs-boson is het meest recente bevestigde deeltje binnen het Standaardmodel. Dit deeltje was al veel eerder theoretisch voorspeld, het bijbehorende

² *Quantum Electrodynamics*, dit is de relativistische kwantumveldentheorie die elektromagnetisme beschrijft [2].

³ *Quantum Chromodynamics*, deze theorie beschrijft de wisselwerking tussen gluonen en quarks [2].

Higgsmechanisme was bedacht om de massa's van de verschillende deeltjes te verklaren. Dit boson heeft geen lading en heeft een massa van ongeveer 126 GeV [4]. In figuur 2.1 staan alle deeltjes overzichtelijk weergegeven, samen met hun massa, lading en spin.

2.2 Het Hiërarchieprobleem

Aan het begin van dit hoofdstuk werd al gezegd dat er wel wat problemen zijn met het Standaardmodel. Een van deze is het Hiërarchieprobleem. Dit is niet zozeer een probleem van het Standaardmodel zelf, maar meer een extreme gevoeligheid van de Higgspotentiaal voor iedere mogelijke extentie van het Standaardmodel [5]. Dit probleem uit zich wanneer men de massa van het Higgs-boson theoretisch probeert te berekenen. Het is erg moeilijk om deze berekening precies uit te voeren, maar er kan wel een goede afschatting worden gemaakt voor de Higgsmassa. Dat kan met behulp van de Higgspotentiaal, het elektrisch ongeladen gedeelte van deze potentiaal wordt gegeven door formule 2.1 [5].

$$V = \mu^2 |H|^2 + \lambda |H|^4 \quad (2.1)$$

Het Standaardmodel eist een *vacuumverwachtingswaarde* (VEV) op het minimum van deze potentiaal die groter is dan nul. Dit is namelijk nodig om het Higgsmechanisme te laten werken. Dit gebeurt alleen voor $\lambda > 0$ en $\mu^2 < 0$, wat leidt tot de uitdrukking $\langle H \rangle = \sqrt{-\mu^2/(2\lambda)}$. Omdat men experimenteel weet hoe groot $\langle H \rangle$ ongeveer moet zijn, kan vast worden gesteld dat μ^2 van de orde $-(100\text{GeV})^2$ moet zijn.

Het probleem is dat μ^2 enorme kwantumcorrecties krijgt vanwege de interacties met nieuwe deeltjes buiten het Standaardmodel die direct of indirect koppelen met het Higgsdeeltje. Deze correcties zijn al snel dertig ordes van grootte groter dan de 100 GeV die was berekend [5]. De reden dat alleen het Higgsboson dit probleem heeft binnen het Standaardmodel is dat dit het enige *scalaire* deeltje is binnen dit model. Fermionen zijn niet gevoelig voor deze correcties en bosonen worden beschermd door ijkvariantie [6]. Hierdoor kan men concluderen dat er dus geen nieuwe deeltjes buiten het Standaardmodel kunnen bestaan, óf dat er een mechanisme is in de natuur dat het Higgsboson beschermt tegen deze kwantumcorrecties.

2.3 Donkere Materie

Een ander probleem met het Standaardmodel is Donkere Materie (DM). Het probleem is dat er meer massa in het universum zou moeten zitten dan er wordt geobserveerd. Als er bijvoorbeeld wordt gemeten hoe snel de sterren in het sterrenstelsel om het centrum heen draaien, blijkt het resultaat af te wijken

van de waarde die de theorie voorspelt. Met behulp van de wetten van Newton is namelijk te bepalen dat de snelheid v afhankelijk is van de afstand tot het centrum R met $v \sim R^{-1/2}$ [6]. Wat er echter wordt gemeten is dat voor grotere R de snelheid constant blijft [6].

Er kan dan worden geconcludeerd dat er meer massa aanwezig moet zijn in het Melkweg sterrenstelsel dan nu wordt geobserveerd. Deze materie heeft blijkbaar geen elektromagnetische lading, anders was het namelijk makkelijk te observeren. Om dezelfde reden is bekend dat het weinig energie uitstraald, dus binnen DM zijn er geen tot weinig botsingen en de materie is koud. Aangezien de dichtheid van DM niet veranderd kan er ook vanuit worden gegaan dat de materie stabiel is [6].

2.4 Het Minimale Supersymmetrische Standaardmodel

Het Minimale Supersymmetrische Standaardmodel (MSSM) is een uitbreiding op het Standaardmodel dat het Hiërarchieprobleem oplost. De manier waarop dit model dat doet en wat voor resultaat dan wordt verkregen wordt in deze sectie besproken.

Omdat het Hiërarchieprobleem voortkomt uit de correcties die m_H^2 krijgt is het een goed idee om naar deze correcties te kijken. Deze correcties zijn positief voor bosonen, maar negatief voor fermionen. Door een operator \hat{O} in te voeren die bosonen in fermionen verandert en vice versa, kan ervoor worden gezorgd dat deze termen systematisch tegen elkaar wegvallen. Iedere correctieterm vanuit een Standaardmodeldeeltje zou dan een Supersymmetrische tegenhanger krijgen met een omgekeerd teken, waardoor de uiteindelijke correctie op m_H^2 helemaal weg valt [5]. Het enige kwantumgetal dat door deze operator wordt beïnvloed is dus spin, de rest van de kwantumgetallen blijft hetzelfde.

Het resultaat is dan een model waarbij de huidige Standaardmodeldeeltjes allemaal zogenaamde *superpartners* hebben. Deze superpartners worden aangeduid met een tilde boven het symbool dat in het Standaardmodel gebruikt wordt voor dit deeltje. In tabellen 2.1 en 2.2 staan de voorspelde deeltjes van het MSSM.

Als Supersymmetrie een *ongebroken symmetrie* zou zijn, zouden alle superpartners dezelfde massa's hebben als de Standaardmodeldeeltjes. Hierdoor zouden er nu al wel SUSY-deeltjes moeten zijn gedetecteerd in de versnellers. Aangezien dit niet het geval is moet er dus worden geconcludeerd dat Supersymmetrie een *gebroken symmetrie* is in een door de natuur gekozen vacuümtoestand [5]. Dit is in principe geen probleem, het betekent gewoon dat alleen het invoeren van de operator \hat{O} niet voldoende is om SUSY een valide theorie te maken.

Naam	Symbool	spin 0	spin 1/2
squarks, quarks (x3 families)	Q	$(\tilde{u}_L \tilde{d}_L)$	$(u_L d_L)$
	\tilde{u}	\tilde{u}_R^*	u_R^\dagger
	\tilde{d}	\tilde{d}_R^*	d_R^\dagger
sleptons, leptons (x3 families)	L	$(\tilde{\nu} \tilde{e}_L)$	(νe_L)
	\tilde{e}	\tilde{e}_R^*	e_R^\dagger
Higgsinos, Higgs	H_u	$(H_u^+ H_u^0)$	$(\tilde{H}_u^+ \tilde{H}_u^0)$
	H_d	$(H_d^0 H_d^-)$	$(\tilde{H}_d^0 \tilde{H}_d^-)$

Tabel 2.1: De deeltjes van het Minimale Supersymmetrische Standaardmodel [5]. De onderschriften staan voor links- (L) dan wel rechtshandige (R) chiraliteit. Het onderschrift bij de Higgs-deeltjes wijst op de familie van quarks die corresponderen met het Higgs-deeltje.

Naam	spin 1/2	spin 1
gluino, gluon	\tilde{g}	g
winos, W bosons	$\tilde{W}^\pm \tilde{W}^0$	$W^\pm W^0$
bino, B boson	\tilde{B}^0	B^0

Tabel 2.2: De krachtdeeltjes en hun superpartners van het MSSM[5].

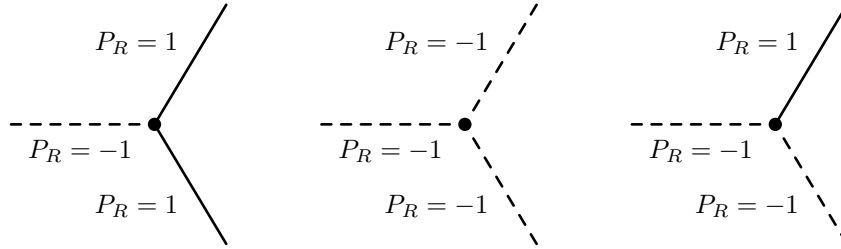
2.5 R-Pariteit

In het Standaardmodel bestaan meerdere behoudswetten, waaronder die voor baryon- en leptongetallen. Dit betekent dat bij alle interacties die de SM-deeltjes ondergaan deze getallen voor en na de reactie behouden blijven⁴. Als het Standaardmodel wordt uitgebreid naar het MSSM, dan treden er wat complicaties op bij het vertalen van deze behoudswetten. Deze wetten worden namelijk gebroken door bepaalde elektrozwakke interacties. Wel kan er een nieuwe behoudswet worden geformuleerd, in termen van het baryon-getal B , het lepton-getal L en de spin s . Deze wet wordt *behoud van R-pariteit* genoemd en wordt beschreven volgens vergelijking 2.2 [5].

$$P_R = (-1)^{3(B-L)+2s} \quad (2.2)$$

Als formule 2.2 wordt toegepast op het MSSM, krijgen de SM-deeltjes een even R-pariteit ($P_R = 1$) en de SUSY-deeltjes een oneven R-pariteit ($P_R = -1$). Zoals gezegd moet R-pariteit voor alle interacties worden behouden, dit heeft gevolgen voor een vrij Supersymmetrisch deeltje dat wil vervallen in twee andere deeltjes.

⁴Deze behoudswetten voor baryongetal B en leptongetal L worden door sommige SM-interacties gebroken, de combinatie $B - L$ is echter wel altijd behouden [1].



Figuur 2.2: Deze diagrammen laten de mogelijkheden zien voor een vervallend SUSY-deeltje. Het kan naar twee SM-deeltjes, twee SUSY-deeltjes of een SM-deeltje en een SUSY-deeltje. Als R-pariteit geldt is alleen het laatste diagram toegestaan.

Uit de Feynmann-diagrammen in figuur 2.2 kan worden geconcludeerd dat een vrij Supersymmetrisch deeltjes niet in twee Standaardmodeldeeltjes of twee Supersymmetrische deeltjes kan vervallen. Dit zou namelijk R-pariteit schenden, omdat voor de interactie $P_{R,tot} = -1$ geldt en na de interactie $P_{R,tot} = 1 \cdot 1 = (-1) \cdot (-1) = 1$. Dit heeft gevolgen voor de lichtste SUSY-deeltjes, die in paragraaf 2.6 besproken zullen worden [5].

2.6 Neutralino's

Deze scriptie concentreert zich op één groep deeltjes binnen dit model: de neutralino's. In deze sectie zal worden uitgelegd wat deze deeltjes zijn en wat ze interessant maakt.

In tabel 2.1 was te zien dat er geen neutralino hier aanwezig was. Dit komt omdat neutralino's *samengestelde* deeltjes zijn. De neutrale Higgsinos, \hat{H}_u^0 en \hat{H}_d^0 , combineren met de neutrale gauginos, \hat{B} en \hat{W}^0 , en vormen zo een neutralino's. De geladen varianten van deze deeltjes kunnen ook stabiele energie-eigen toestanden vormen. De deeltjes die daaruit ontstaan heten *charginos*, maar daar zal in deze scriptie niet naar worden gekeken [5].

Wat de neutralino's zo interessant maakt, is dat ze goede kandidaten voor donkere materie zijn. Het lichtste neutralino (aangegeven met \tilde{N}_1) is namelijk zeer waarschijnlijk het lichtste deeltje binnen het MSSM. In paragraaf 2.4 werd duidelijk gemaakt dat een vrij SUSY-deeltje nooit in twee Standaardmodeldeeltjes kan vervallen. Voor het LSP⁵ betekent dit dus dat hij als het ware “gevangen” zit in zijn eigen toestand. Ook voldoet dit deeltje aan alle eisen die in sectie 2.3 waren gesteld aan DM. Dit maakt het lichtste neutralino een goede DM-kandidaat.

⁵Het lichtste Supersymmetrische deeltje wordt meestal aangegeven met LSP, wat staat voor *Lightest Supersymmetric Particle*.

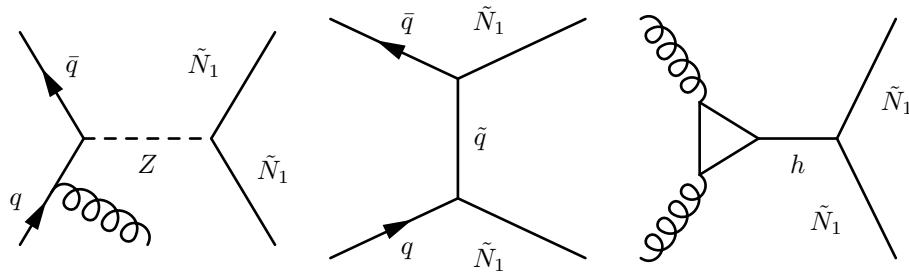
Hoofdstuk 3

Neutralino Paarproductie

In paragraaf 2.6 wordt gesproken over de verschillende regels waaraan SUSY-interacties moeten voldoen. De interacties waarbij neutralino's worden geproduceerd zijn [7]:

- s-channel met uitwisseling van een Z-boson. Een quark en een anti-quark gaan via een Z-boson over in twee neutralino's. Het inkomende quark kan een gluon uitstralen die wordt gedetecteerd als jet.
- t-channel met uitwisseling van een squark. In dit proces gaan een quark en anti-quark via uitwisseling van een squark over in twee neutralino's. Dit proces is uitgesloten bij hoge squarkmassa's.
- s-channel met uitwisseling van een higgsboson. Twee gluonen gaan over in twee neutralino's via een loop van zware deeltjes en een higgsboson.

In figuur 3.1 staan deze opties weergegeven in Feynmann-diagrammen. De neutralino's staan hier weergegeven als \tilde{N}_1 , het lichtste neutralino [7].



Figuur 3.1: Van links naar rechts: s-channel met Z-boson, t-channel met squark, s-channel met higgsboson. Het gluon dat in het linkerproces uit de inkomende quark wordt gestraald kan als jet worden gedetecteerd.

In deze scriptie wordt het eerste proces bekeken, de interactie via s-channel met uitwisseling van Z-boson. Deze kan worden gedetecteerd met behulp van de

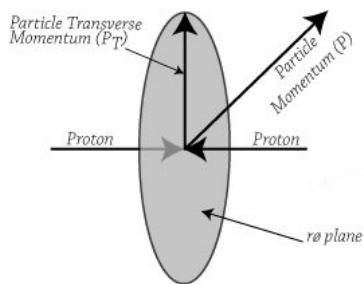
jet die uit het uitgestraalde gluon komt. Het neutralino zelf kan namelijk in de detector niet worden gemeten, omdat de koppeling tussen neutralino's en andere deeltjes heel zwak is.

3.1 Monojets

Het proces dat links staat weergegeven in figuur 3.1 kan worden gedetecteerd met behulp van de jet die bij dit specifieke proces ontstaat. De uitkomende deeltjes van dit proces zijn de twee neutralino's en het uitgestraalde gluon. Dit gluon zal in andere deeltjes vervallen die vervolgens te detecteren zijn als een *jet* in de detector. De twee neutralino's zijn niet direct te detecteren. In de detector wordt dus slechts de jet gedetecteerd. Omdat impuls- en energiebehoud moet gelden kan dan worden geconcludeerd dat er aan de andere kant van de detector de twee neutralino's moeten zijn ontsnapt. Met monojet wordt bedoeld dat de gedetecteerde jet de enige is die bij het proces is geproduceerd. Er bestaat namelijk de mogelijkheid dat er meerdere worden gemaakt, maar om te zoeken naar neutralino's is het beter om specifiek de events met monojets te bestuderen. Door de detectiecriteria te gebruiken met snedes op een grote missende transversale impuls¹, afgekort als MET of E_T^{miss} , en specifieke monojet-criteria kan binnen de detector worden gezocht naar dit soort events.

Om een jet te meten in een detector wordt een algoritme gebruikt. Door de verschillende elementen in de detector worden losse deeltjes gemeten die dan vervolgens met behulp van het algoritme gereconstrueerd worden naar een jet. Het algoritme dat wordt gebruikt in deze scriptie is het *anti- k_t jet clustering* algoritme. Dit algoritme zoekt naar bepaalde goed-gedefinieerde “harde” deeltjes die worden gevolgd door een grote hoeveelheid “zachte” deeltjes binnen een bepaalde cirkel met straal R . Ieder hard deeltje buiten de straal is een nieuwe jet. In deze scriptie wordt $R = 0.4$ aangehouden [8].

De grootheden die relevant zijn voor de criteria zullen hier kort worden besproken. Een van de grootheden is de transversale impuls p_T . De transversale richting staat loodrecht (radiëel) op de richting van de botsende deeltjes in de LHC, zoals is te zien in figuur hiernaast [9]. Voordat de deeltjes botsen is deze impuls gelijk aan nul, dit moet natuurlijk behouden blijven na de botsing. De p_T van de jet kan gereconstrueerd worden via een algoritme.



¹In de Engelse afkorting wordt misleidend de E voor *Energy* gebruikt. In spreektaal wordt wel altijd correct naar MET gerefereerd als *Missing Transverse Momentum*.

Een andere eigenschap die al eerder genoemd is, E_T^{miss} , is nauw verbonden aan deze transversale impuls. Dit is namelijk precies de hoeveelheid impuls die nodig is om aan het behoud van p_T te voldoen. Door E_T^{miss} te meten kan dus worden bepaald of er deeltjes bij de reactie zijn gecreëerd die niet zijn gedetecteerd. Van de deeltjes die wél worden gedetecteerd kan worden bepaald onder welke hoek ze de detector binnen kwamen. Deze hoek wordt pseudorapiditeit of $|\eta|$ genoemd. Voor een richting die loodrecht staat op de richting van de botsende deeltjes geldt $|\eta| = 0$, voor een richting die hier juist evenwijdig aan ligt geldt $|\eta| \rightarrow \infty$. Door deeltjes of jets met bepaalde waarden voor $|\eta|$ te kiezen kan dus worden bepaald in welk gedeelte van de detector de events worden bekeken. Aangezien sommige regio's van de detector effectiever zijn in het meten van deeltjes dan andere kan zo een meer nauwkeurige meting worden gehaald. De laatste eigenschap die hier wordt besproken is $\Delta\phi$. Dit is de hoek tussen twee gedetecteerde deeltjes of jets [10].

De selectiecriteria bestaan uit algemene datakwaliteitseisen en een selectie van jets met een hoge p_T (transversale impuls) en een hoge MET. Omdat er geen leptonen vrijkomen bij WIMP²-paarcreatieprocessen wordt er een veto uitgesproken op elektronen en muonen zodat de SM-achtergrond onderdrukt wordt. Daarnaast worden alle events met meer dan twee jets uitgesloten. Ook wordt geëist voor alle jets dat $p_T > 30$ GeV en dat $|\eta| < 4.5$. Ook moet gelden dat $\Delta\phi$ tussen twee geselecteerde jets groter is dan 0.5, dit om achtergrond van verkeerd gereconstrueerde multi-jet events te onderdrukken.

	$\sqrt{s} = 8$ TeV	$\sqrt{s} = 14$ TeV
data quality	trigger primary vertex jet cleaning	primary vertex
lepton veto	muons: $p_T > 7$ GeV, $ \eta < 2.5$ electrons: $p_T > 7$ GeV, $ \eta < 2.47$	emulated using the lepton selection efficiency from 8 TeV data
jet and E_T^{miss} cuts	jet definition: $p_T > 30$ GeV, $ \eta < 4.5$ leading jet: $p_T > 300$ GeV, $ \eta < 2.0$ $E_T^{\text{miss}} > 400, 600, 800$ GeV $\Delta\phi(\text{jet}, E_T^{\text{miss}}) > 0.5$ $N_{\text{jets}} \leq 2$	$p_T > 50$ GeV, $ \eta < 3.6$ $p_T > 300$ GeV, $ \eta < 2.0$ $E_T^{\text{miss}} > 400, 600, 800$ GeV $\Delta\phi(\text{jet}, E_T^{\text{miss}}) > 0.5$ $N_{\text{jets}} \leq 2$

Tabel 3.1: Alle eventselectiecriteria staan in deze tabel. In deze scriptie worden de criteria voor $\sqrt{s} = 14$ TeV gebruikt [11].

In de 8 TeV data-analyse van ATLAS wordt een E_T^{miss} -drempel met een waarde van 80 GeV gebruikt. Om naar monojets te zoeken wordt dan een ondergrens van 120 GeV gehanteerd voor E_T^{miss} en de p_T van de grootste jet (de *leading* jet). De omstandigheden bij 14 TeV vereisen dat deze grens naar boven geschoven wordt. De eerste signaalregio in deze scriptie hanteert leading jet $p_T > 300$ GeV en $E_T^{\text{miss}} > 400$ GeV. Er kunnen nog twee signaalregio's worden gevonden door

² *Weakly Interacting Massive Particle*, dit soort deeltjes zijn goede kandidaten voor Donkere Materie.

$E_T^{\text{miss}} > 600$ GeV en $E_T^{\text{miss}} > 800$ GeV te nemen en de eis $p_T > 300$ GeV te behouden. Naast de genoemde eisen worden er nog een paar restricties gehanteerd die de achtergrond verder onderdrukken en zorgen voor optimale meetresultaten [11]. Alle eisen en restricties worden samengevat in tabel 3.1.

Hoofdstuk 4

Proceseigenschappen

Met behulp van de eventselectiecriteria die werd besproken in sectie 3.1 kunnen nu alle gewenste eigenschappen van het proces worden berekend. Daarvoor worden hulpmiddelen gebruikt die in dit hoofdstuk besproken zullen worden. De verschillende eigenschappen van het proces hangen samen op de manier die wordt beschreven in formule 4.1.

$$N_{detected}(M_{\tilde{N}_1}, H) = \sigma(M_{\tilde{N}_1}, H) \cdot \mathcal{L}_{int} \cdot \varepsilon(M_{\tilde{N}_1}) \quad (4.1)$$

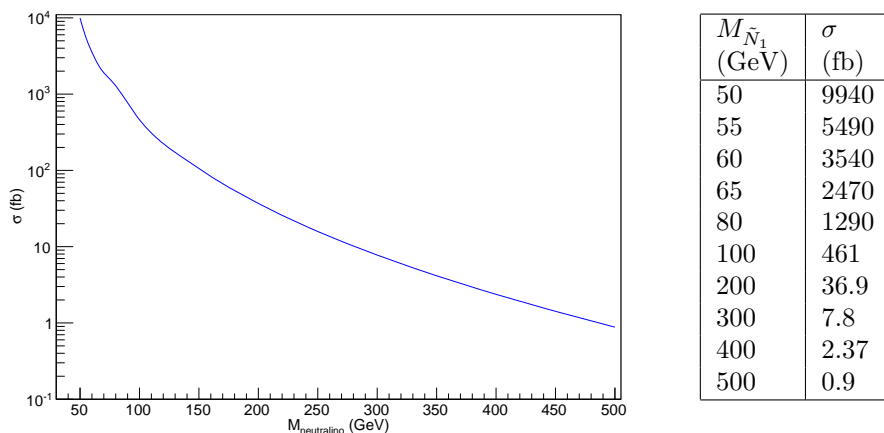
Met deze formule kan de hoeveelheid gedetecteerde events $N_{detected}$ worden berekend. Hier is σ de *botsingsdoorsnede* (of cross-section) met als eenheid fb^{-1} . Deze is afhankelijk van de neutralinomassa $M_{\tilde{N}_1}$ en de *Higgsino-achtigheid* H^1 . De *geïntegreerde luminositeit* \mathcal{L}_{int} wordt gegeven in fb en ε is de efficiëntie waarmee de detector het bestudeerde proces detecteerd [1]. Deze efficiëntie is afhankelijk van de neutralinomassa. De waarde van \mathcal{L}_{int} is al bekend, dit is namelijk een detectoreigenschap. In deze scriptie wordt uitgegaan van $\mathcal{L}_{int} = 20$ fb, maar aangezien $N_{detected}(M_{\tilde{N}_1}, H)$ lineair afhankelijk is van deze grootheid is het makkelijk te schalen naar andere waarden. De rest van de grootheden zal moeten worden afgeleid, hoe dat gedaan kan worden zal in de komende twee paragrafen worden besproken.

¹Deze grootheid heeft te maken met de mixing-matrix van het neutralino-deeltje: de fractie van het neutralino dat uit Higgsino bestaat.

4.1 Botsingsdoorsnedes

De botsingsdoorsnede van het neutralino-paarproductieproces kan eenvoudig worden bepaald met behulp van het programma Prospino. Dit programma kan de botsingsdoorsnedes en distributies van p_T en $|\eta|$ bepalen tot op next-to-leading order [12].

De enige invoer die is vereist in dit programma is de detector, het proces en het massaspectrum. Er is voor deze scriptie gekozen voor de LHC met 14 TeV aan middelpuntsenergie. Het proces is dezelfde als die besproken in hoofdstuk 3. Dan kan er nog gekeken worden naar verschillende massa's voor de neutralino's. In deze scriptie worden de massa's $M_{\tilde{N}_1} = 100, 300, 500$ GeV gesimuleerd, maar voor de grafieken zijn meerdere massa's vanaf $M_{\tilde{N}_1} = 50$ GeV tot $M_{\tilde{N}_1} = 500$ GeV gebruikt. Zeker voor lagere massa's is het goed om meer meetpunten te hebben, aangezien σ daar sterk afhankelijk is van de massa. De gevonden waarden voor σ voor deze massa's staan in figuur 4.1.

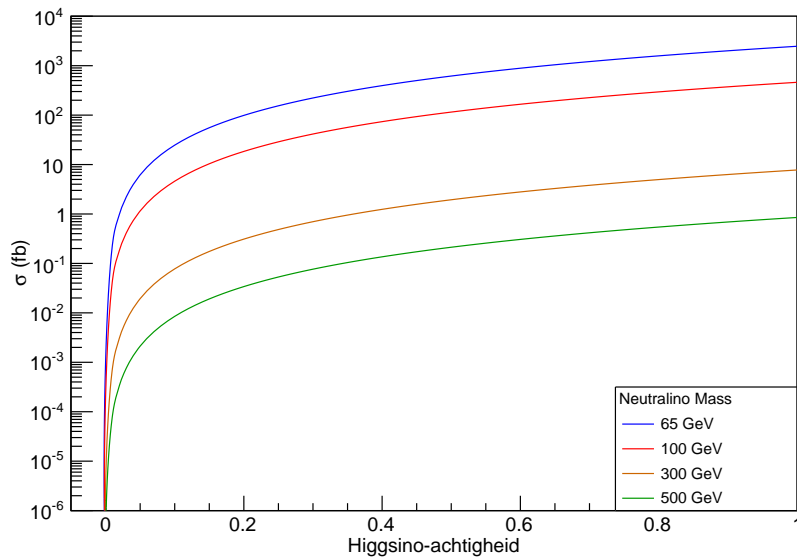


Figuur 4.1: De waarden voor de botsingsdoorsnede voor de gezochte neutralinomassa's. De fout in de doorsnede is voor alle waarden gegeven door Prospino hetzelfde: 0.8 fb.

De relatieve fout op de botsingsdoorsnedes die gegeven worden door Prospino is voor alle resultaten van de grootte 0.8 fb. Dit is in verhouding tot de waarde bij $M_{\tilde{N}_1} = 500$ GeV van dezelfde grootte als de botsingsdoorsnede zelf. Helaas is hier in Prospino niks aan te doen. Dit is voor de conclusies in deze scriptie niet heel erg, omdat σ bij deze massa dusdanig klein is dat deze massa niet statistisch kan worden uitgesloten. In hoofdstuk 5.1 zal deze redenering worden uitgeled.

In een eerder onderzoek werd duidelijk dat in Prospino een klein foutje zat waardoor er bij de berekening van de botsingsdoorsnede ook het t-channel proces (zie figuur 3.1) werd meegenomen, zodat de pure botsingsdoorsnede niet exact bepaald kon worden. Dit foutje is net als bij het eerdere onderzoek gevonden en eruit gehaald, zodat de gevonden botsingsdoorsnedes uit figuur 4.1 beter overeenkomen met de eerder gevonden resultaten [7].

Naast de massa van het neutralino is de botsingsdoorsnede van dit proces ook afhankelijk van de mixing van de neutralino's. Aangezien het gaat om paarcreatie van neutralino's is dit een kwadratisch verband, waarbij geldt dat $\sigma = 0$ pb voor een 0% Higgsino-achtigheid en de doorsnede uit figuur 4.1 geldt voor 100% Higgsino-achtige neutralino's. Voor de verschillende neutralinomassa's kan nu eenvoudig de afhankelijkheid van de Higgsino-achtigheid worden berekend voor de botsingsdoorsnede. Uit figuur 4.2 wordt duidelijk dat voor een kleine Higgsino-achtigheid de botsingsdoorsnede sterk naar nul gaat, maar dat deze voor een puur-Higgsino-neutralino minder snel veranderd.



Figuur 4.2: Het verband tussen de Higgsino-achtigheid en de botsingsdoorsnede wordt hier weergegeven. Op de x-as staat de Higgsino-achtigheid aangegeven in fracties. Zoals gezegd geldt: $\sigma(M_{\tilde{N}_1}, H) \sim H^2$.

4.2 Efficiëntie

De laatste grootheid die bepaald moet worden is de efficiëntie. Om dit te doen zal er voor iedere neutralinomassa een simulatie worden gedraaid. Met behulp van de eventselectie van paragraaf 3.1 kan dan worden gekeken hoeveel events door de selectie heen komen. Door die hoeveelheid te delen door het totale aantal gedraaide events kan dan een waarde voor de efficiëntie worden vastgesteld. De verkregen resultaten staan in tabel 4.1. De histogrammen van alle eigenschappen die relevant waren voor de simulaties staan in de Appendices.

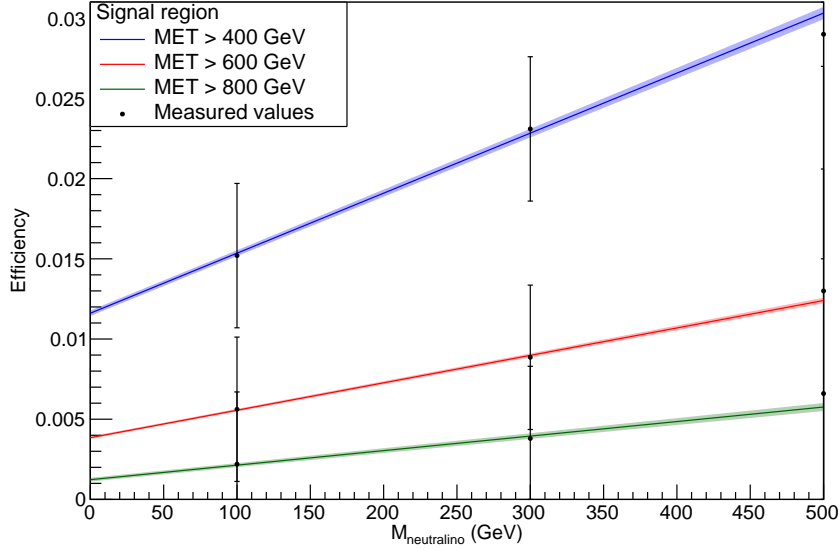
$E_T^{\text{miss}} > 400 \text{ GeV}$		
$M_{\tilde{N}_1}$ (GeV)	N_{events}	ε
100	761 events	0.0152
300	1155 events	0.0231
500	145 events	0.0290
$E_T^{\text{miss}} > 600 \text{ GeV}$		
$M_{\tilde{N}_1}$ (GeV)	N_{events}	ε
100	281 events	0.00562
300	443 events	0.00886
500	65 events	0.0130
$E_T^{\text{miss}} > 800 \text{ GeV}$		
$M_{\tilde{N}_1}$ (GeV)	N_{events}	ε
100	111 events	0.0022
300	189 events	0.0038
500	33 events	0.0066

Tabel 4.1: De waarden voor de efficiëntie van de detectie bij verschillende neutralinomassa's, voor de verschillende signaalregio's. Het totaal aantal gesimuleerde events was 50000 voor de massa's 100 en 300 GeV en 5000 voor de massa 500 GeV.

Uit de resultaten in tabel 4.1 blijkt dat de detector voor hogere neutralinomassa's minimaal gevoeliger is dan voor de hogere massa's. Om de efficiëntie voor een willekeurige massa te bepalen kan een functie worden gefit met behulp van Gnuplot [15]. De volgende functies voor de verschillende signaalregios kunnen dan worden gevonden:

$f(x) = \alpha \cdot x + \beta$			
Parameters	$E_T^{\text{miss}} > 400 \text{ GeV}$	$E_T^{\text{miss}} > 600 \text{ GeV}$	$E_T^{\text{miss}} > 800 \text{ GeV}$
$\alpha (\times 10^{-7})$	374.2 ± 6.9	171.0 ± 3.2	90.60 ± 4.42
$\beta (\times 10^{-5})$	1161 ± 17	385.0 ± 7.7	123.0 ± 11.8

Tabel 4.2: De gevonden parameters voor de functies voor de efficiëntie.



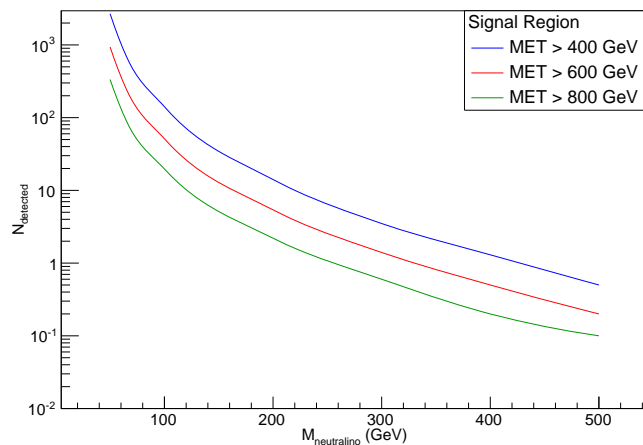
Figuur 4.3: De functies uit tabel 4.2 worden hier grafisch weergegeven. De gekleurde gedeeltes geven de fout in de fits van de efficiëntie aan. De punten zijn de gevonden waarden voor de efficiëntie zoals ze staan in tabel 4.1.

In figuur 4.3 staan de meetpunten ten opzichte van de fits weergegeven. De punten die horen bij $M_{\tilde{N}_1} = 500$ GeV vallen buiten de fout op de fits. Dit komt omdat de massa's $M_{\tilde{N}_1} = 100, 300$ GeV zwaarder zijn meegenomen bij het fitten van de functies. Dit is gedaan omdat de simulaties bij deze massa's 50.000 events hadden en de simulatie bij 500 GeV maar 5.000 events had.

Met behulp van $f(x)$ kan dan voor meerdere neutralinomassa's een waarde voor $N_{detected}$ worden gevonden. In de komende resultaten is deze formule gebruikt op de massapunten die niet zijn gesimuleerd, om zo een beter idee te krijgen van de afhankelijkheid van de neutralinomassa van de resultaten.

4.3 Resultaten

Nu alle waarden van de benodigde grootheden bekend zijn, kan formule 4.1 worden ingevuld. De resultaten worden grafisch weergegeven in figuur 4.4 en per neutralinomassa in tabel 4.3. Zoals verwacht loopt $N_{detected}$ snel omhoog voor lagere neutralinomassa's en zijn voor de hogere massa's veel minder events te detecteren. Deze gegevens kunnen eenvoudig worden vertaald naar neutralino's met een andere mixing matrix, door de gegevens uit paragraaf 4.1 te gebruiken.



[h!]

Figuur 4.4: De hoeveelheid gedetecteerde events, volgens formule 4.1. Hier geldt een Higgsino-achtigheid van $H = 1$.

$M_{\tilde{N}_1}$ (GeV)	$N_{detected}$		
	$(E_T^{miss} > 400 \text{ GeV})$	$(E_T^{miss} > 600 \text{ GeV})$	$(E_T^{miss} > 800 \text{ GeV})$
50	2679.8	936.3	334.0
65	642.2	245.0	90.0
100	141.5	51.3	19.7
200	14.1	5.4	2.2
300	3.5	1.4	0.6
400	1.3	0.5	0.2
500	0.5	0.2	0.1

Tabel 4.3: De hoeveelheid gedetecteerde events, volgens formule 4.1, specifiek aangegeven per neutralinomassa. Ook hier geldt een Higgsino-achtigheid van $H = 1$.

Hoofdstuk 5

Massalimiet neutralino

Door het bedrijven van wat statistiek kan een ondergrens voor de massa van deze deeltjes worden bepaald. In dit hoofdstuk wordt uitgelegd hoe dat precies kan en wat voor resultaat daarmee wordt bereikt. In hoofdstuk 4 zijn de verschillende eigenschappen van het paarproductieproces berekend. Deze gegevens zijn nodig om het massalimiet te berekenen.

5.1 Statistiek

Als men aanneemt dat er naast het Standaardmodel geen verdere fysica te vinden is, kan men een verwachtingswaarde vinden voor de hoeveelheid gedetecteerde events in de LHC. Dit is mogelijk omdat alle deeltjes en processen bekend zijn van dit model. Er kan dan een kansverdeling worden gemaakt van deze grootte $N_{expected}$. Als deze hypothese fout is en het MSSM wél bestaat, levert het neutralino-paarproductieproces een bijdrage N_{SUSY} aan de waarde van $N_{expected}$. Deze N_{SUSY} is precies de grootte die in vergelijking 4.1 werd beschreven.

$$N_{expected} = N_{SM} + N_{SUSY}(M_{\tilde{N}_1}, H) \quad (5.1)$$

In formule 5.1 is de Supersymmetrische bijdrage bij de Standaardmodelachtergrond opgeteld, om zo $N_{expected}$ te maken. Ook wordt uit deze formule duidelijk dat N_{SUSY} afhankelijk is van de massa en de Higgsino-achtigheid van de neutralino's. Dit was ook al duidelijk in paragraaf 4.3. Voor de lagere neutralinomassa's wordt N_{SUSY} van dezelfde orde als N_{SM} of zelfs veel groter. Dan zou het dus duidelijk zijn dat er naast het Standaardmodel nog meer aan de hand is. Aangezien de metingen bij CERN nog niet zulke resultaten hebben gegeven, kan dus worden geconcludeerd dat de neutralinomassa niet extreem klein kan zijn, of de Higgsino-achtigheid niet extreem groot.

De waarden voor N_{SM} zijn bekend voor de verschillende signaalregios ($E_T^{miss} > 400, 600, 800$ GeV) bij een waarde voor \mathcal{L}_{int} van 20 fb^{-1} , er wordt voor deze achtergrond een systematische fout van 5% gehanteerd [11]. Een meting waarbij

de kans (p-waarde [13]) kleiner is dan bijvoorbeeld 10% is significant en zou de indruk wekken dat SUSY wel degelijk bestaat, wat tegen de hypothese in gaat. Deze 5% wordt een *confidence level* (CL) genoemd. Met een routine [14] kan worden berekend bij welke waarde van $N_{expected}$ de p-waarde kleiner dan 5% wordt. De invoer van deze routine staan per signaalregio in de tweede en derde kolom van tabel 5.1, het gevonden limiet van $N_{expected}$ staat in de laatste kolom. Er wordt gekeken naar $\mathcal{L}_{int} = 20, 200 \text{ fb}^{-1}$ en confidence levels van 5% en 10%.

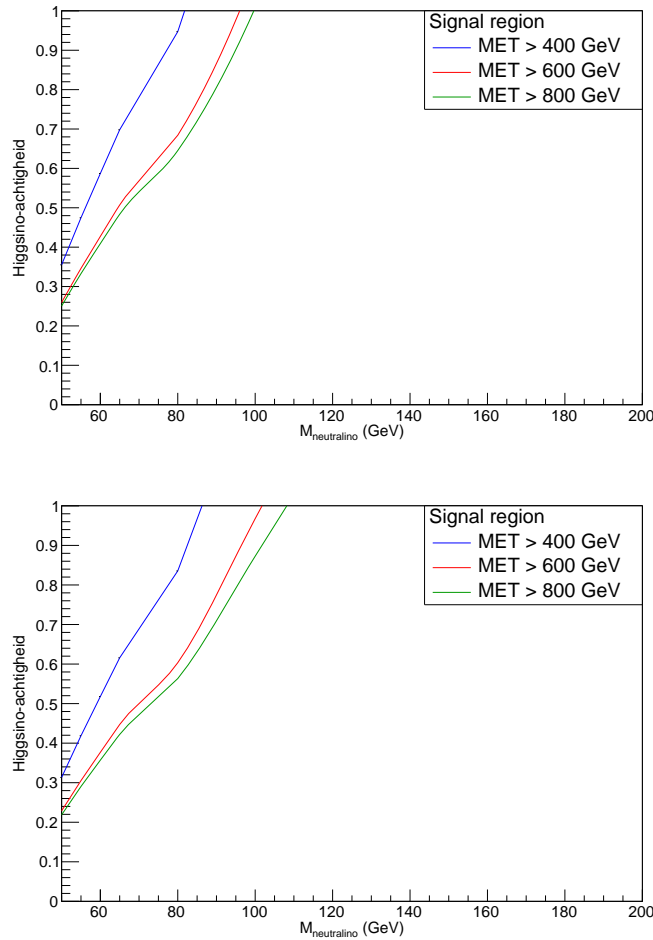
$\mathcal{L}_{int} = 20 \text{ fb}^{-1}$						
Signaalregio	N_{SM}	SF	N_{limit} (CL=5%)	$N_{SUSY,max}$	N_{limit} (CL=10%)	$N_{SUSY,max}$
$E_T^{miss} > 400 \text{ GeV}$	3900	195	4238	338	4163	263
$E_T^{miss} > 600 \text{ GeV}$	580	29	643	63	629	49
$E_T^{miss} > 800 \text{ GeV}$	110	6	131	21	126	16
$\mathcal{L}_{int} = 200 \text{ fb}^{-1}$						
Signaalregio	N_{SM}	SF	N_{limit} (CL=5%)	$N_{SUSY,max}$	N_{limit} (CL=10%)	$N_{SUSY,max}$
$E_T^{miss} > 400 \text{ GeV}$	39000	1950	42225	3225	41513	2513
$E_T^{miss} > 600 \text{ GeV}$	5800	290	6294	494	6185	385
$E_T^{miss} > 800 \text{ GeV}$	1100	55	1207	107	1183	83

Tabel 5.1: In deze tabel staan de verwachte Standaardmodelachtergrond [11], de systematische fout $SF = 0.05 \cdot N_{SM}$ op deze achtergrond, het berekende limiet voor de maximale waarde voor $N_{expected}$ (gegeven door N_{limit}) en de waarde voor $N_{SUSY}(M_{\tilde{N}_1}, H)$ die correspondeert met deze waarde volgens formule 5.1 (gegeven door $N_{SUSY,max}$).

Als de bijdrage van het paarproductieproces van neutralino's boven de waarde voor $N_{SUSY,max}$ in tabel 5.1 uitkomt is dit proces dus uitgesloten. Voor neutralino's moet een combinatie van massa en Higgsino-achtigheid gelden die ervoor zorgt dat de hoeveelheid events onder deze limiet blijft.

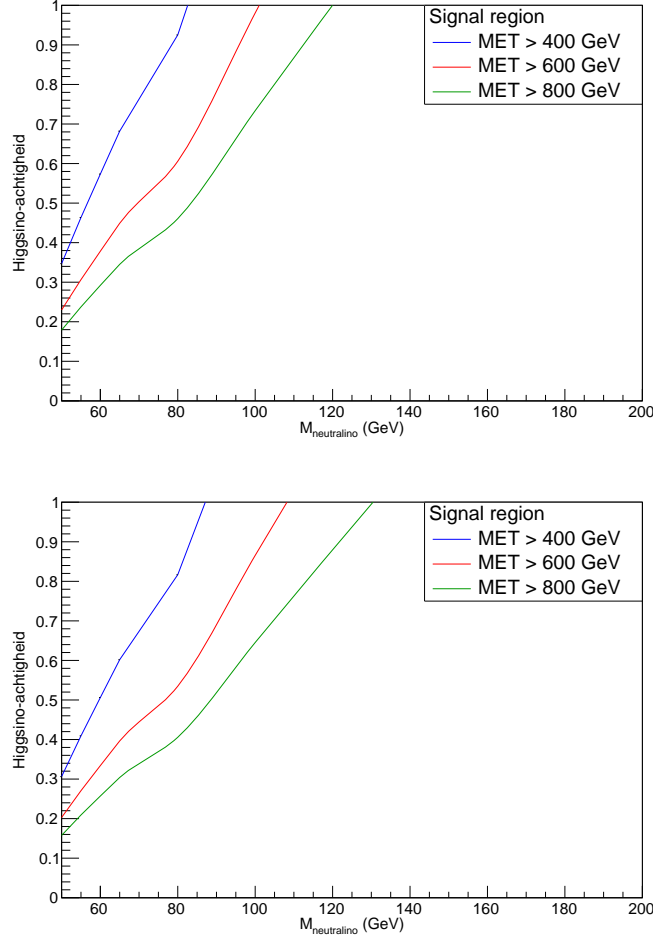
5.2 Toepassen

Met de gegevens van paragraaf 5.1 en de resultaten van paragraaf 4.3 kan nu een plot worden gemaakt waaruit duidelijk wordt welke combinatie van Higgsino-achtigheid en massa voor een neutralino wel en welke niet is toegestaan. De functie uit formule 4.1 kan gelijk worden gesteld aan de limieten die staan in tabel 5.1. Uit $N_{detected}(M_{\tilde{N}_1}, H) = N_{SUSY,max}$ kan dan voor een bepaalde signaalregio een verband tussen H en $M_{\tilde{N}_1}$ worden gevonden. Voor $\mathcal{L}_{int} = 20 \text{ fb}^{-1}$ kunnen de grafieken in figuur 5.1 worden geplot.



Figuur 5.1: Op de x-as staat de neutralinomassa en op de y-as staat de Higgsino-achtigheid. Bij de eerste grafiek geldt een confidence level $CL= 5\%$ en bij de tweede grafiek geldt $CL= 10\%$.

In deze grafieken staan de curves in het H - $M_{\tilde{N}_1}$ -vlak waarvoor geldt $N_{detected}(M_{\tilde{N}_1}, H) = N_{SUSY,max}$. De gevallen waar $N_{detected}(M_{\tilde{N}_1}, H) > N_{max}$ zijn dus statistisch uitgesloten, dit geldt voor de punten boven deze curves. Er kunnen ook twee grafieken worden gemaakt voor $\mathcal{L}_{int} = 200 \text{ fb}^{-1}$, deze staan in figuur 5.2.



Figuur 5.2: Op de x-as staat de neutralinomassa en op de y-as staat de Higgsino-achtigheid. Bij de eerste grafiek geldt een confidence level $CL= 5\%$ en bij de tweede grafiek geldt $CL= 10\%$.

Deze resultaten kunnen dan vervolgens worden gebruikt om te bepalen of voor een bepaald onderzoek de gebruikte massa en Higgsino-achtigheid zijn toegestaan. Bekijk bijvoorbeeld de processen WW1 en WW2 [16]. Bij deze processen worden neutralinomassa's aangenomen van $M_{WW1} = 84.6 \text{ GeV}$ en $M_{WW2} = 86.8 \text{ GeV}$. De bijbehorende botsingsdoorsnedes kunnen eenvoudig

worden bepaald, op dezelfde manier als in hoofdstuk 4.1. Ook de efficiëntie van dit proces is bekend, aangezien daar enkel de massa van het neutralino voor nodig is. Dan kan formule 4.1 worden ingevuld en daarmee kan worden bepaald of de neutralino's uitgesloten kunnen worden of juist zijn toegestaan. De resultaten van deze berekeningen zijn te vinden in tabel 5.2.

WW1					
Signaalregio	\mathcal{L}_{int} (fb $^{-1}$)	$\sigma(M_{\tilde{N}_1}, H)$ (fb)	ε	$N_{expected}$	$N_{SUSY,max}$
> 400 GeV	20	18.7	0.015	6	263
> 600 GeV	20	18.7	0.005	2	49
> 800 GeV	20	18.7	0.002	1	16
> 400 GeV	200	18.7	0.015	55	2513
> 600 GeV	200	18.7	0.005	20	385
> 800 GeV	200	18.7	0.002	7	83
WW2					
Signaalregio	\mathcal{L}_{int} (fb $^{-1}$)	$\sigma(M_{\tilde{N}_1}, H)$ (fb)	ε	$N_{expected}$	$N_{SUSY,max}$
> 400 GeV	20	2.59	0.015	1	263
> 600 GeV	20	2.59	0.005	0	49
> 800 GeV	20	2.59	0.002	0	16
> 400 GeV	200	2.59	0.015	8	2513
> 600 GeV	200	2.59	0.005	3	385
> 800 GeV	200	2.59	0.002	1	83

Tabel 5.2: In deze tabel staan alle berekende eigenschappen van de processen WW1 en WW2 die nodig zijn om te kijken of de neutralino's uitgesloten zijn of niet. Ook wordt de limiet waarde voor $N_{SUSY,max}$ gegeven die correspondeert met het limiet uit tabel 5.1 voor een confidence level van 10%.

Als deze resultaten worden vergeleken met de grafieken in figuur 5.1 en figuur 5.2 en de gevonden limiet voor $N_{SUSY,max}$ wordt duidelijk dat deze processen statistisch niet zijn uit te sluiten.

Hoofdstuk 6

Conclusie

De vraag van deze scriptie was of er met behulp van simulaties een verband gevonde kon worden tussen de massa en Higgsino-achtigheid van neutralino's. Daarnaast zou er worden gekeken of bepaalde verhoudingen van die grootheden statistisch uitgesloten kunnen worden. Nu kunnen deze vragen worden beantwoord.

Uit simulaties bij 14 TeV kan worden geconcludeerd dat er voor neutralino-massa's onder ~ 140 GeV restricties zijn gevonden op de Higgsino-achtigheid. De strengste restrictie voor een neutralinomassa van 50 GeV ligt dan bij een Higgsino-achtigheid van 0.16, de minst strenge staat een Higgsino-achtigheid van 0.36 toe. Boven de massa van 140 GeV zijn er in deze scriptie geen onderzoek geen restricties gevonden. Tussen deze massa's liggen de restricties op de lijnen die in de figuren 5.1 en 5.2 zijn getekend.

In deze scriptie zijn echter maar een beperkt aantal massa's voor de simulaties gebruikt. Om betere, preciezere resultaten te verkrijgen kan men in de toekomst grotere simulaties draaien voor meer massa's. Zeker voor de lagere massa's ($M_{\tilde{N}_1} < 100$ GeV) zou het goed zijn om simulaties te draaien, aangezien $\sigma(M_{\tilde{N}_1}, H)$ gevoelig is in dit bereik, zoals aangegeven wordt in figuur 4.2.

Ook kan dezelfde procedure worden herhaald voor andere deeltjes, bijvoorbeeld de zwaardere neutralino's. Deze kunnen namelijk bij hetzelfde soort proces ontstaan. Voor andere interacties kan in principe ook dezelfde analyse worden gedaan, maar dan moet er misschien een andere manier worden gevonden om de efficiëntie te bepalen. In deze scriptie is er gezocht naar monojets bij de simulaties, voor een ander soort interactie zullen andere selectiecriteria nodig zijn.

Dankwoord

Tijdens mijn stage bij de afdeling Hoge Energiefysica ben ik door veel mensen geholpen. Allereerst zou ik mijn begeleider Sascha Caron willen bedanken voor de uiterst enthousiaste begeleiding die ik van hem heb gekregen. Zonder de hulp van Sascha had ik dit onderzoek nooit kunnen beginnen of afmaken. Geert-Jan Besjes heeft ook enorm bijgedragen. Ik ben tijdens dit onderzoek in aanraking gekomen met een grote hoeveelheid programmatuur die ik niet had kunnen ontcijferen als Geert-Jan me niet (regelmatig) uit de brand had geholpen. Als laatste zou ik de rest van de onderzoeksafdeling willen bedanken voor een hele gezellige tijd. Voor mijn masterstage hoop ik hier weer terug te mogen komen!

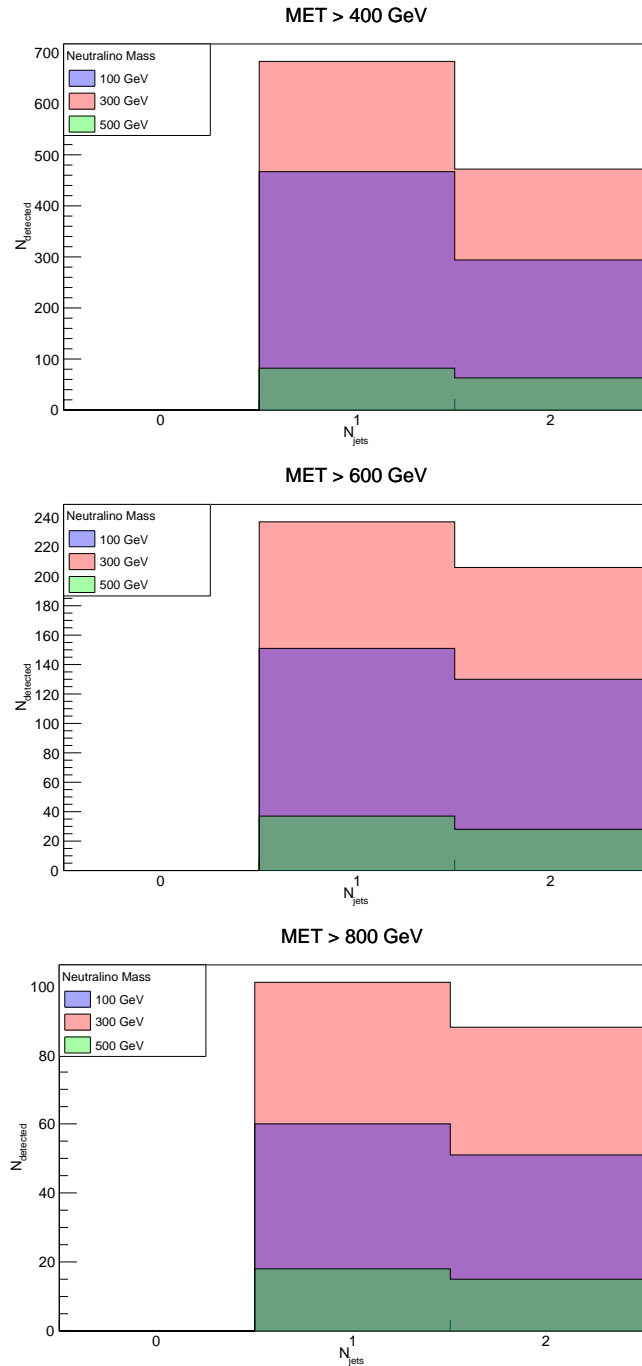
Appendices

Bijlage A

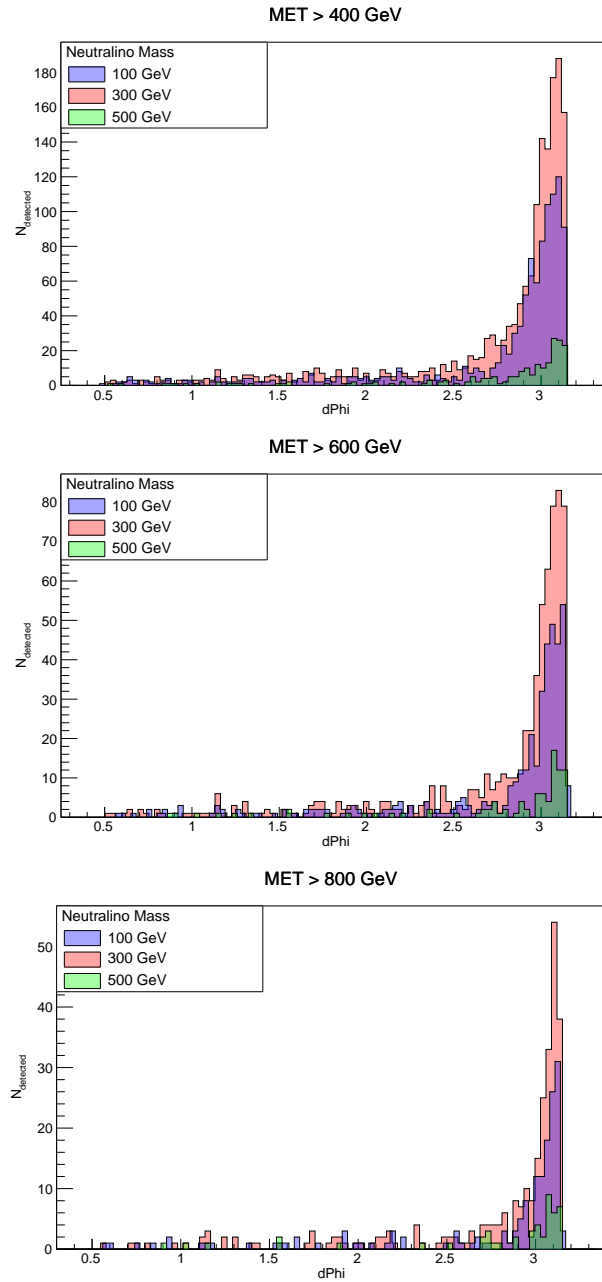
Resultaten Simulaties

In deze bijlage worden de histogrammen voor de relevante grootheden van de simulaties weergegeven. Er kan zo eenvoudig worden gecontroleerd dat de criteria uit tabel 3.1 zijn gehaald. Voor de neutralinomassa's van 100 en 300 GeV zijn 50.000 events gesimuleerd en voor de massa 500 GeV zijn er 5.000 gesimuleerd.

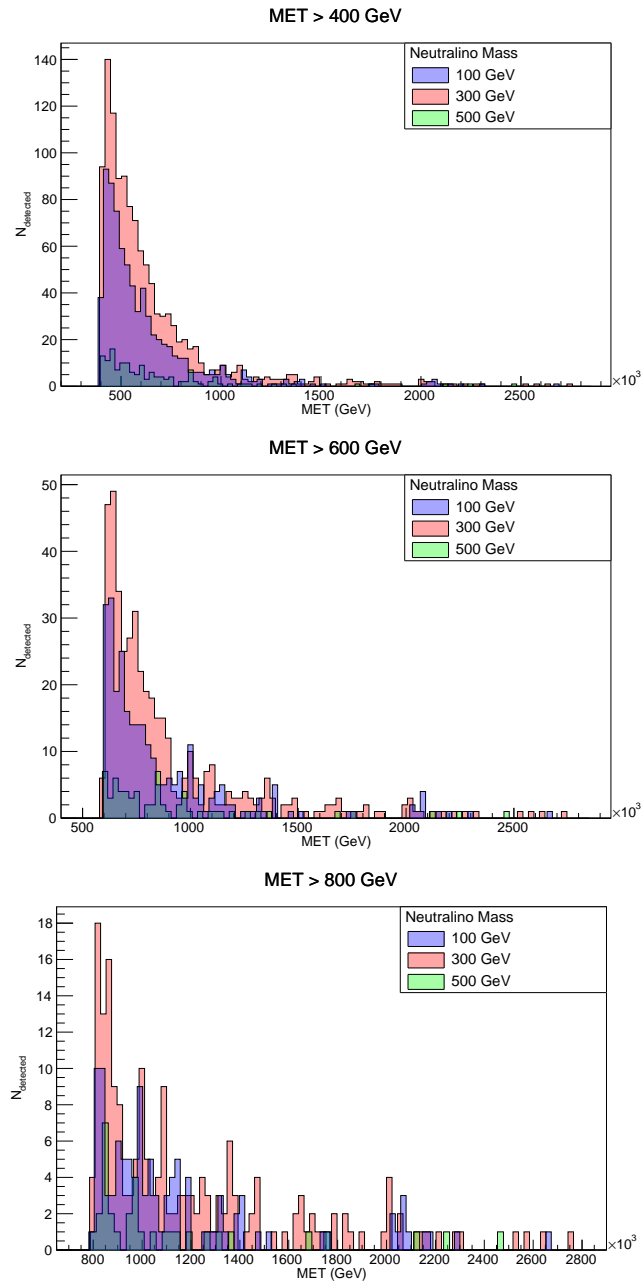
Figuur A.1: De histogrammen van de gevonden N_{jets} voor de verschillende signaalregio's. Uit deze histogrammen wordt duidelijk dat er voor een hogere ondergrens op E_T^{miss} een hogere efficiëntie kan worden verkregen.



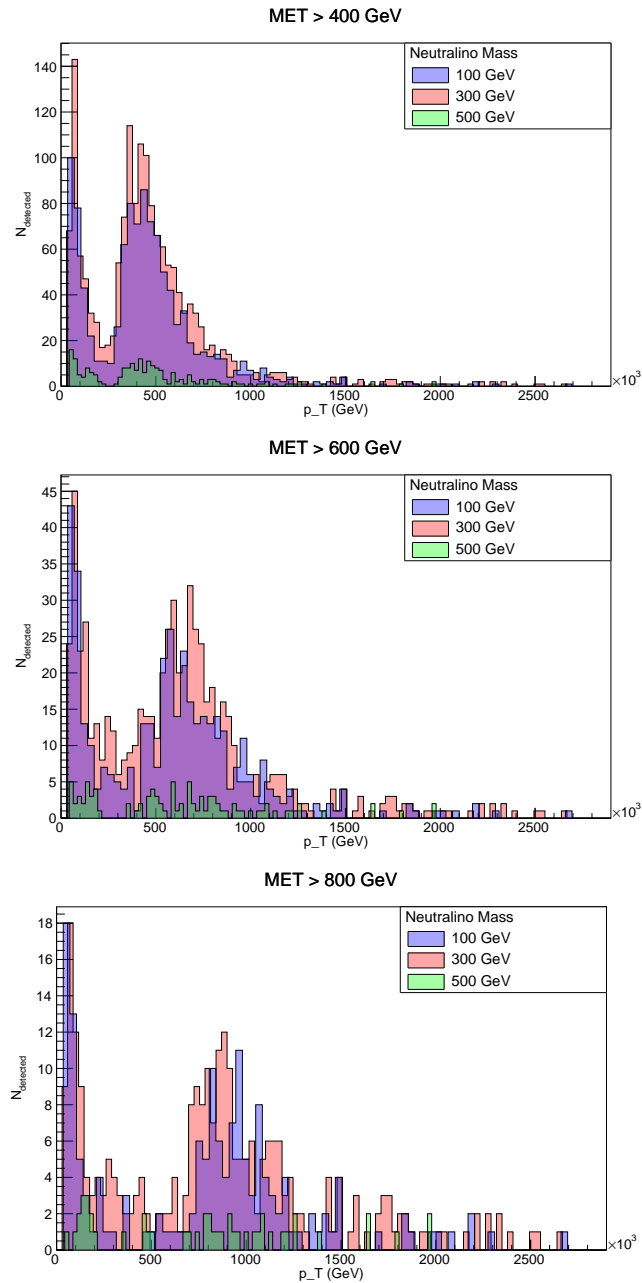
Figuur A.2: Deze histogrammen laten de waarden van $\Delta\phi$ zien die bij de simulaties zijn gevonden.



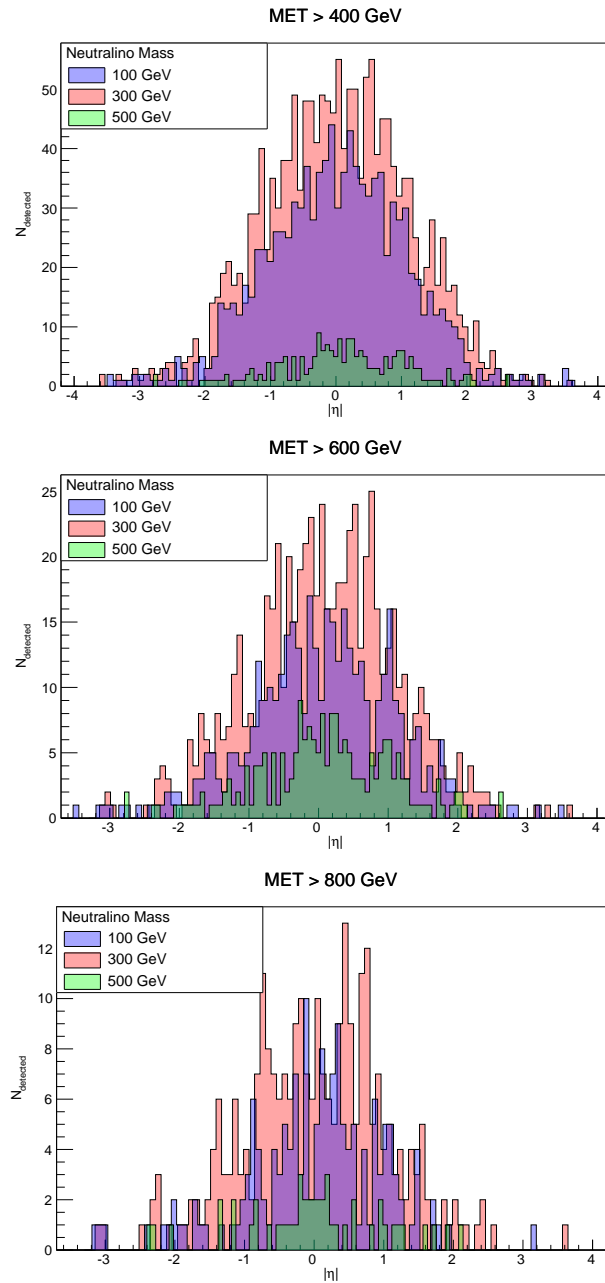
Figuur A.3: Deze histogrammen laten de waarden van E_T^{miss} zien die bij de simulaties zijn gevonden. Hier is goed te zien welke events weg vallen voor de verschillende signaalregio's.



Figuur A.4: Deze histogrammen laten de waarden van p_T zien die bij de simulaties zijn gevonden. Opvallend in deze histogrammen is het dal tussen 100 en 400 GeV.



Figuur A.5: Deze histogrammen laten de waarden van $|\eta|$ zien die bij de simulaties zijn gevonden. De vorm van deze histogrammen is typisch voor de pseudorapiditeit.



Bibliografie

- [1] B.R. Martin, *Nuclear and Particle Physics*, John Wiley & Sons, Ltd., ISBN: 0-470-01999-9, mei 2006
- [2] D. Griffiths, *Introduction to Elementary Particles*, Wiley, ISBN: 978-3-527-40601-2, 2008
- [3] PBS NOVA, Fermilab, Office of Science, United States Department of Energy, Particle Data Group, http://commons.wikimedia.org/wiki/File:Standard_Model_of_Elementary_Particles.svg
- [4] ATLAS,CMS Collaborations, *Combined Measurement of the Higgs Boson Mass in pp Collisions at $\sqrt{s} = 7$ and 8 TeV with the ATLAS and CMS Experiments*, arXiv:1503.07589, 26 maart 2015
- [5] S.P. Martin, *A Supersymmetry Primer*, version 6, arXiv:hep-ph/9709356, september 2011
- [6] M. van Beekveld, *De zoektocht naar supersymmetrie*, 12 juli 2013
- [7] D.H.M. van den Elzen, *De botsingsdoorsnedes van neutralino paarproductie binnen het MSSM*, 11 maart 2014
- [8] M. Cacciari, G.P. Salam, G. Soyez, *The Anti-k(t) jet clustering algorithm*, arXiv:hep-ph/0802.1189v2, februari 2008
- [9] <http://mathsconcepts.com/PT.jpg?width=500&height=284>, bewerking door R. Bakx
- [10] C. Wong, *Introduction to High-Energy Heavy-Ion Collisions*, Oak Ridge National Laboratory, ISBN: 978-981-02-0263-7, september 1994
- [11] The ATLAS Collaboration, *Sensitivity to WIMP Dark Matter in the Final States Containing Jets and Missing Transverse Momentum with the ATLAS Detector at 14 TeV LHC*, ATL-PHYS-PUB-2014-007, 12 Juni 2014, revisie: 9 september 2014

- [12] W. Beenakker, R. Höpker, M. Spira, *PROSPINO: A Program for the Production of Supersymmetric Particles in Next-to-leading Order QCD*, arXiv:hep-ph/9611232v1, 5 november 1996
- [13] P. Hooper, *What is a p-value?*, Department of Mathematical & Statistical Sciences, University of Alberta, <http://www.stat.ualberta.ca/~hooper/teaching/misc/Pvalue.pdf>
- [14] S. Caron, E. Sauvan, <http://www.nikhef.nl/~scaron/pvalue2.C>
- [15] <http://gnuplot.info/>
- [16] A. Achterberg, S. Amoroso, S. Caron, L. Hendriks, R.R. de Austri, C. Weniger, *A description of the Galactic Center excess in the Minimal Supersymmetric Standard Model*, arXiv:1502.05703[hep-ph], 19 februari 2015