

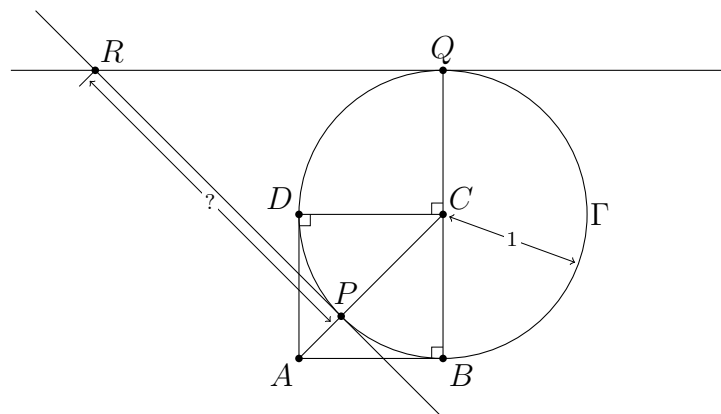
Opgave 1 (20 punten)

Een rechthoek van 12 bij 25 wordt in twee stukken geknipt. Het resultaat is twee kleinere rechthoeken, die niet even groot maar wel gelijkvormig zijn.

Wat is de oppervlakte van de kleinste rechthoek?

Opgave 2 (30 punten)

$ABCD$ is een vierkant met zijden van lengte 1. Γ is de cirkel met straal 1 en middelpunt C . P is het snijpunt van lijnstuk AC met Γ .

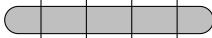


Q ligt ook op Γ , namelijk op de lijn door B en C tegenover B . R is het snijpunt van de raaklijn aan Γ bij P en de raaklijn aan Γ bij Q .

Hoe lang is lijnstuk PR ?

Opgave 3 (20 punten)

Jack en Rose spelen Zeeslag. Zoals bekend wordt de oceaan hier voorgesteld door een rooster van 10×10 vierkantjes, gelabeld van A1 tot J10. Rose heeft een vliegdekschip in de oceaan geplaatst. Dit bedekt een rij van 5 vierkantjes en kan zowel horizontaal als verticaal liggen. Jack probeert het schip te raken door te schieten op één van de vierkantjes in het rooster. Als het vierkantje dat hij kiest bedekt wordt door het schip, dan is het schot raak, anders is het mis.

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
A										
B										
C										
D										
E										
F										
G										
H										
I										
J										

Hoeveel schoten heeft Jack nodig om er zeker van te zijn dat hij Roses vliegdekschip zal raken?

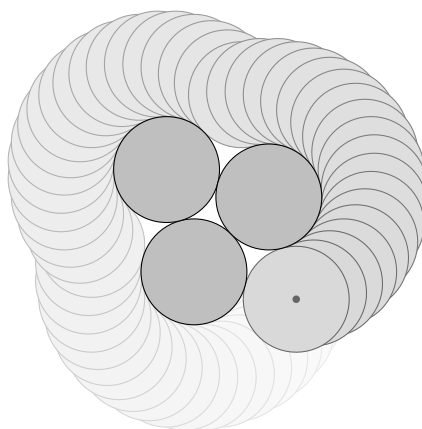
Opgave 4 (20 punten)

Phoebe, Monica en Rachel zijn een identieke drieling. Phoebe spreekt altijd de waarheid, Monica liegt altijd en Rachel vertelt soms de waarheid, maar liegt soms ook. De zussen zitten naast elkaar aan tafel en Joey wil te weten komen wie wie is. Hij vraagt aan elk van de zussen wat de naam is van middelste zus.

- De linkse zus antwoordt “Phoebe”.
- De middelste zus zelf, antwoordt “Rachel”.
- De rechtse zus antwoordt “Monica”.

In welke volgorde zitten de zussen? Geef hun namen van links naar rechts.

Opgave 5 (30 punten)






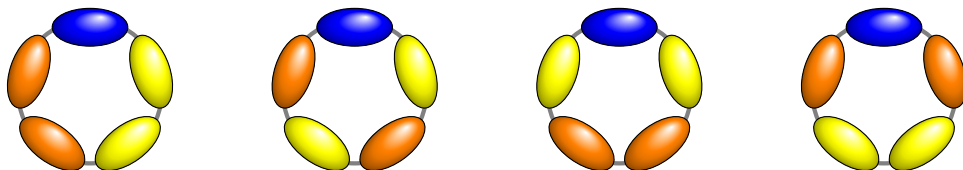
Drie euro's liggen in een driehoek tegen elkaar. Een vierde euro rolt daar om heen.

Hoe lang is het pad beschreven door het middelpunt van de vierde euro bij één volledige omwenteling?

[Neem de straal van een euro als lengte-eenheid.]

Opgave 6 (20 punten)

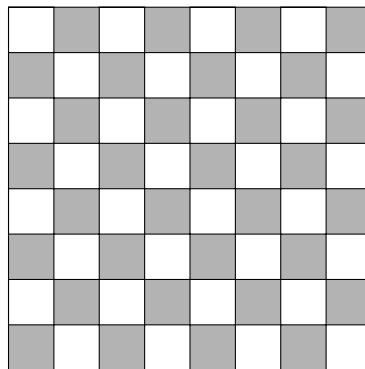
We hebben kralen in de kleuren blauw (), geel () en oranje (). We kunnen op 4 manieren een ring maken met 1 blauwe kraal, 2 gele kralen en 2 oranje kralen:



Een ring of armband van kralen heet *afwisselend* als ze geen kralen van dezelfde kleur naast elkaar bevat.

Op hoeveel manieren kunnen we een afwisselende armband maken met 5 blauwe kralen, 3 gele kralen en 3 oranje kralen?

Opgave 7 (30 punten)



Bekijk een standaard schaakbord, waar de zijde van elk vakje lengte 1 heeft.

Wat is de diameter van de grootste cirkel die alleen door zwarte vakjes gaat?

Opgave 8 (20 punten)

Met het jaartal 2018 kan je een kettingbreuk maken, en deze heeft de waarde

$$2 + \frac{1}{0 + \frac{1}{1 + \frac{1}{8}}} = 3\frac{1}{8}$$

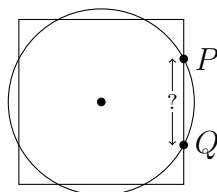
De som van de cijfers van 2018 is $2 + 0 + 1 + 8 = 11$.

Bekijk alle jaartallen tussen 1000 en 9999, waarvoor de bijhorende kettingbreuk ook de waarde $3\frac{1}{8}$ heeft.

Welke waarde(n) kan de som van de cijfers van een dergelijk jaartal aannemen?

Opgave 9 (20 punten)

Een cirkel en een vierkant hebben dezelfde oppervlakte en hetzelfde middelpunt. De cirkel heeft straal 1 en snijdt de meest rechtse zijde van het vierkant in twee punten, namelijk P en Q .



Wat is de afstand tussen P en Q ?

Opgave 10 (30 punten)

De kruissnelheid van een vliegtuig is 500 km/u. Het vliegtuig vliegt van A naar B . Het heeft hierbij de wind mee.

Als het 42 procent van de afstand heeft afgelegd, blijkt dat de brandstof precies genoeg is om terug te keren naar A en ook precies genoeg is om B te bereiken. We verwaarlozen hierbij de brandstof die nodig is om het vliegtuig te keren.

Wat is de windsnelheid?

Opgave 11 (20 punten)

Geef het kleinste positieve gehele getal n , waarvoor een getal k bestaat, zó dat

$$k + (k + 1) + (k + 2) + \dots + n = 99$$

Opgave 12 (30 punten)

A, B, C, D, E maken een wandeltocht. Ze komen bij een splitsing en moeten kiezen: linksaf of rechtsaf. Hun discussie levert op:

- (1) B en C willen niet samen verder.
- (2) C en D willen juist wel samen verder.
- (3) Als A rechtaf gaat, wil B mee.
- (4) Als E rechtsaf gaat, willen A en D mee.

(5) D en E willen niet allebei naar links.

Als iedereen zijn zin krijgt, wie gaan/gaat er dan naar rechts?

Opgave 13 (30 punten)

Jan koopt 4 artikelen in een winkel, en houdt de totaalprijs bij op zijn rekenmachine. Maar hij maakt twee fouten:

- Hij drukt telkens op de \times -toets in plaats van op de $+$ -toets;
- Bij het goedkoopste artikel geeft hij de prijs in centen in plaats van in Euro's.

De fouten heffen elkaar echter op: hij krijgt 20.18 Euro als totaalbedrag (zonder afronding) en dat moet hij ook aan de kassa betalen.

*Hoeveel **cent** kostte het goedkoopste artikel?*

[1009 is een priemgetal.]

Opgave 14 (20 punten)

We maken een rij getallen volgens deze spelregels:

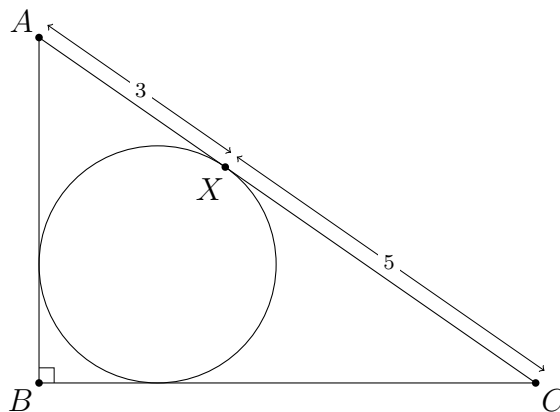
- de rij begint met 49 en 43;
- verderop is elk getal in de rij het product van zijn twee directe voorgangers.

Het derde getal is dus $49 \cdot 43 = 2107$, het vierde getal is $43 \cdot 2107 = 90601$, enz.

Wat zijn de laatste twee cijfers van het 2018^e getal van de rij?

Opgave 15 (30 punten)

Driehoek ABC heeft een rechte hoek bij B . De ingeschreven cirkel van driehoek ABC raakt AC in het punt X , en $|AX| = 3$ en $|XC| = 5$.



Wat is de oppervlakte van driehoek ABC ?

Opgave 16 (20 punten)

Je hebt een aantal gewichten waarvan de massa's in grammen opeenvolgende getallen zijn, te beginnen met 1 gram. Dus de gewichten zijn: 1 gram, 2 gram, 3 gram, \dots , n gram.

Die n gewichten probeer je zo over de twee schalen van een balans te verdelen, dat die in evenwicht zijn. Als $n = 8$, dan lukt dat, bijvoorbeeld

$$1, 2, 3, 4, 8 \quad \text{tegenover} \quad 5, 6, 7.$$

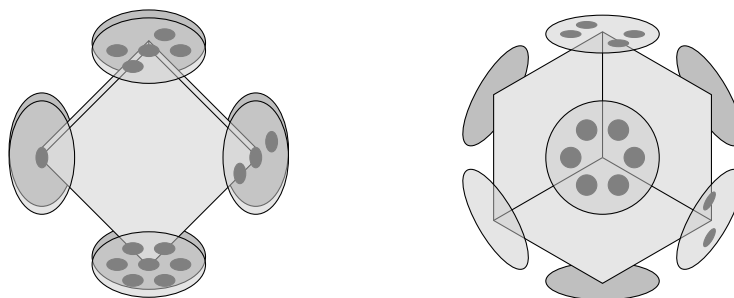
Bij welke waarden van n tussen 21 en 26 lukt dat?

Opgave 17 (30 punten)

Er zijn 2 kubusvormige dobbelstenen met de getallen 1 tot en met 6 op de zijden, zó dat elk tweetal tegenover elkaar liggende zijden som 7 heeft. Hierbij letten we niet op de manier waarop de getallen op de zijden staan. De 2 kubusvormige dobbelstenen zijn elkaars spiegelbeeld.



In plaats van op zijvlakken, kunnen ook getallen zetten op hoekpunten van een kubus. Er zijn acht hoekpunten, en we nemen de getallen 0 tot en met 7, bijvoorbeeld



Hoeveel kubussen zijn er met de getallen 0 tot en met 7 op de hoeken, zó dat elk tweetal tegenover elkaar liggende hoeken som 7 heeft?

Opgave 18 (20 punten)

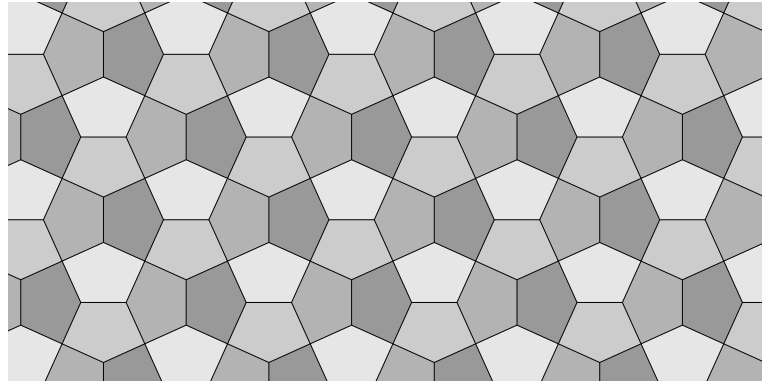
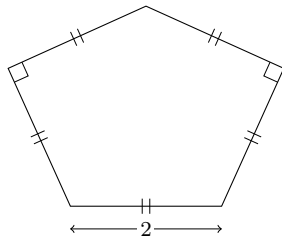
Gegeven is een 2018-voud van 2018 cijfers. Het getal dat gevormd wordt door de eerste 2015 cijfers ervan is

$$2242222 \dots 22221$$

Wat is het getal dat gevormd wordt door de laatste 3 cijfers ervan?

Opgave 19 (30 punten)

De vlakvulling die hieronder staat afgebeeld, bestaat uit gelijke vijfhoekige tegels. Alle vijf de zijden van een tegel hebben lengte 2.



Wat is de oppervlakte van een tegel?

Opgave 20 (30 punten)

We hebben twee dobbelstenen met op elk 6 van de cijfers 0 tot en met 9. We kunnen met deze dobbelstenen alle priemgetallen onder de 100 gooien, dus

0	2	0	3	0	5	0	7	1	1
1	3	1	7	1	9	2	3	2	9
3	1	3	7	4	1	4	3	4	7
5	3	5	9	6	1	6	7	7	1
7	3	7	9	8	3	8	9	9	7

Wat zijn de cijfers op de dobbelsteen met 0?