

Internationaal wiskundetoernooi 2018 - Sum of Us nakijkmodel

1 Verf maken (110 punten)

1. Noem Z de winst die 't Kloddertje maakt, X het aantal liters blauwe verf en Y het aantal liters gele verf. Dan is de doelfunctie:

$$Z = 4.50X + 3Y \text{ (5 punten)}$$

2. De randvoorwaarden zijn:

$$0.05X + 0.025Y \leq 600$$

$$0.005(X + Y) \leq 90$$

$$X \leq 10000$$

$$Y \leq 13000$$

$$X \geq 0$$

$$Y \geq 0$$

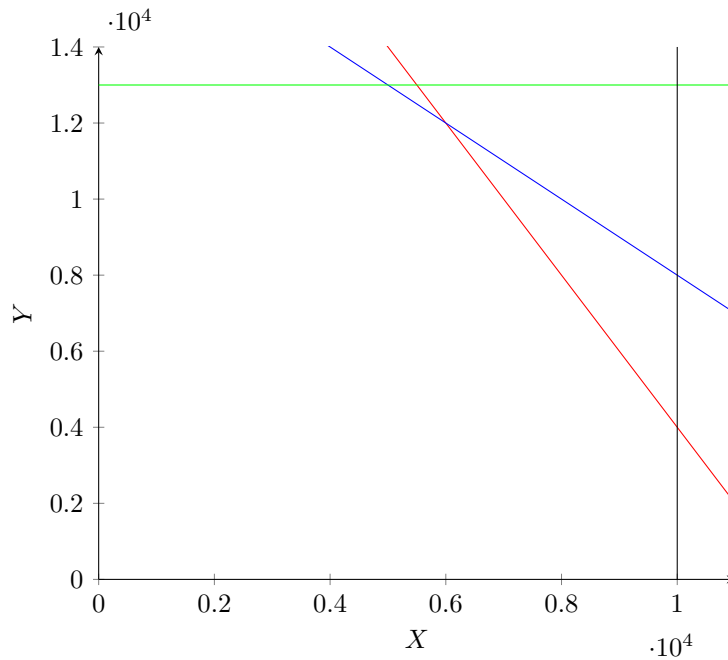
Indien 6 randvoorwaarden correct: 15 punten

Indien 5 randvoorwaarden correct: 10 punten

Indien 4 randvoorwaarden correct: 5 punten

Anders: 0 punten

3. De grafiek moet er als volgt uitzien:



(20 punten)

De toelichting van de grafiek en de berekening moeten de volgende elementen hebben:

Het gebied met toegestane oplossingen bestaat uit het stuk dat onder de groene, blauwe en rode lijn, links van de zwarte lijn, rechts van de Y-as en boven de X-as ligt. (Ook goed rekenen indien dit in de grafiek is aangegeven). (5 punten)

Om te achterhalen welk hoekpunt de oplossing geeft, moet gekeken worden naar de 'bewegende' lijn met een helling van -1.5 (want de doelfunctie is $Z = 4.50X + 3Y$). Het hoekpunt dat het laatste geraakt wordt geeft de oplossing. (10 punten)

Het hoekpunt dat het laatste geraakt wordt is het snijpunt van de rode en blauwe lijn. (5 punten)

Het snijpunt van de blauwe en rode lijn dient op een correcte wijze uitgerekend te worden:

$$0.05X + 0.025Y = 600 \rightarrow Y = 24000 - 2X.$$

Dit invullen in $0.005(X + Y) = 90$ geeft:

$$0.005X + 120 - 0.01X = 90 \rightarrow X = 6000$$

Dit invullen in $Y = 24000 - 2X$ geeft $Y = 12000$

Om zoveel mogelijk winst te maken, moet 't Kloddertje dus 6000 liter blauwe verf en 12000 liter gele verf maken. (20 punten)

4. De maximale winst is dan $Z = 4.50 * 6000 + 3 * 12000 = 63000$ euro. (5 punten)

5. Noem V het aantal liters groene verf. Dan is de doelfunctie:

$$Z = 4.50X + 3Y + 5.50V \text{ (5 punten)}$$

6. De randvoorwaarden zijn:

$$0.05X + 0.025Y + 0.085V \leq 600$$

$$0.005(X + Y + V) \leq 90$$

$$X \leq 10000$$

$$Y \leq 13000$$

$$V \leq 8000$$

$$X \geq 0$$

$$Y \geq 0$$

$$V \geq 0$$

Indien 8 randvoorwaarden correct: 20 punten

Indien 7 randvoorwaarden correct: 15 punten

Indien 6 randvoorwaarden correct: 10 punten

Indien 5 randvoorwaarden correct: 5 punten

Anders: 0 punten

2 Op bezoek (150 punten)

De puntentelling voor het pad is als volgt:

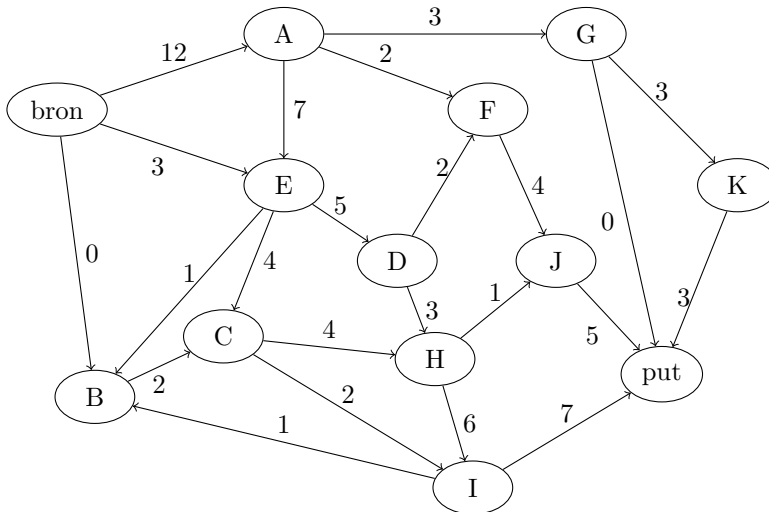
Pad	Punten
AEHGKRUYZ	90
AEFMSXZ	60
AEFMSXYZ	60
ACJKRUYZ	30
ACJQWVUYZ	30

De totale lengte van het kortste pad is gelijk aan 25. Stel x is het door de leerlingen opgegeven getal. Dan geldt:

Antwoord	Punten
$x < 25$	0
$x \geq 25$	$\text{Max}(0, 60-10(x-25))$

3 Rioolproblemen (70 punten)

1. Een maximale stroom ziet er als volgt uit



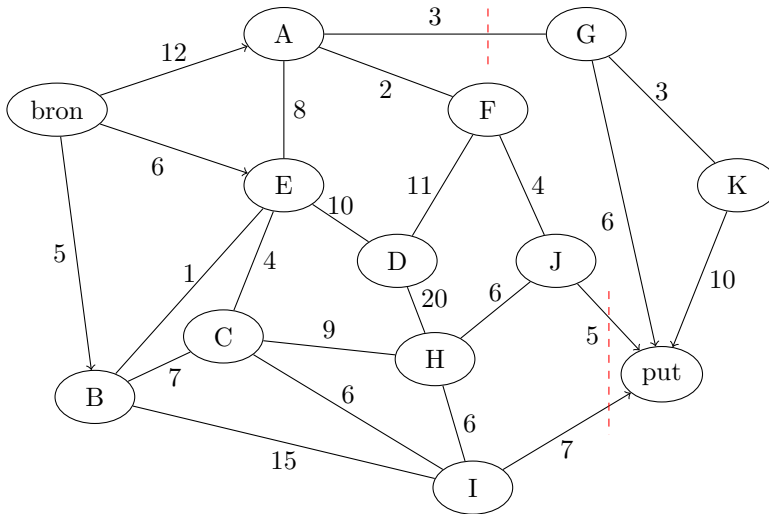
Er zijn meerdere maximale stromen!

Alle getallen correct, zodat een maximale stroom ontstaat: 30 punten

Alle richtingen correct (voor de aangegeven stroom): 10 punten

De grootte van de maximale stroom is 15 (5 punten)

2. Een minimale snede ziet er als volgt uit:



(20 punten)

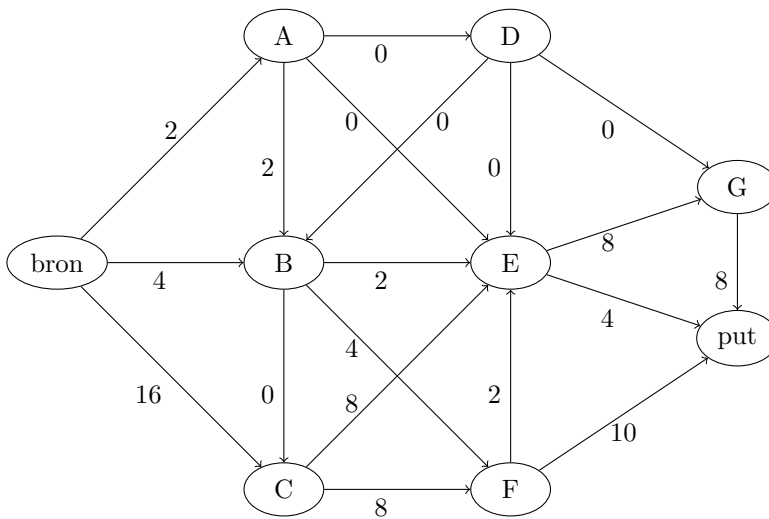
De grootte van de minimale snede is 15 (5 punten)

4 Waterbedrijf (170 punten)

1. Het antwoord moet ten minste de volgende elementen bevatten:

- Omdat alle capaciteiten even getallen zijn, is ook de grootte van elke snede een even getal. (5 punten)
- Dit betekent dat ook de minimale snede een even getal is. (5 punten)
- Wegens de maximale stroom-minimale snedestelling weten we dat de minimale snede gelijk is aan de maximale stroom. Kortom: de maximale stroom is een even getal. (10 punten)

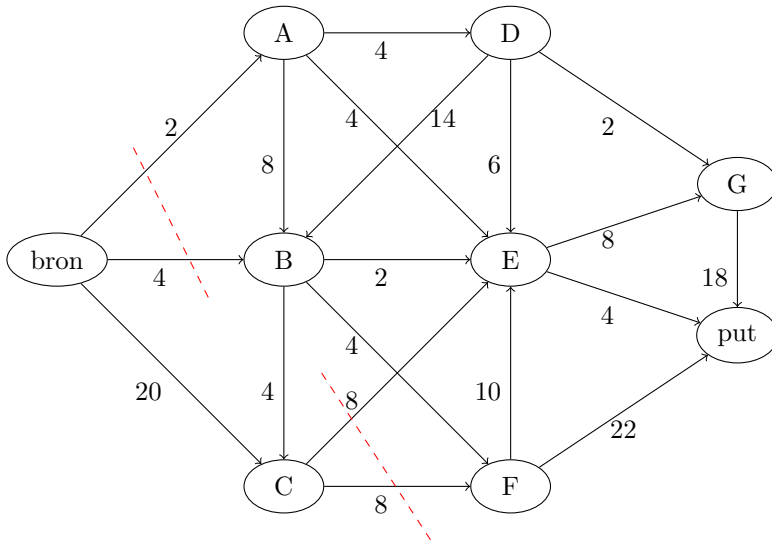
2. Een maximale stroom ziet er als volgt uit:



(25 punten)

De grootte van deze maximale stroom is 22. (5 punten)

3. Een minimale snede ziet er als volgt uit:

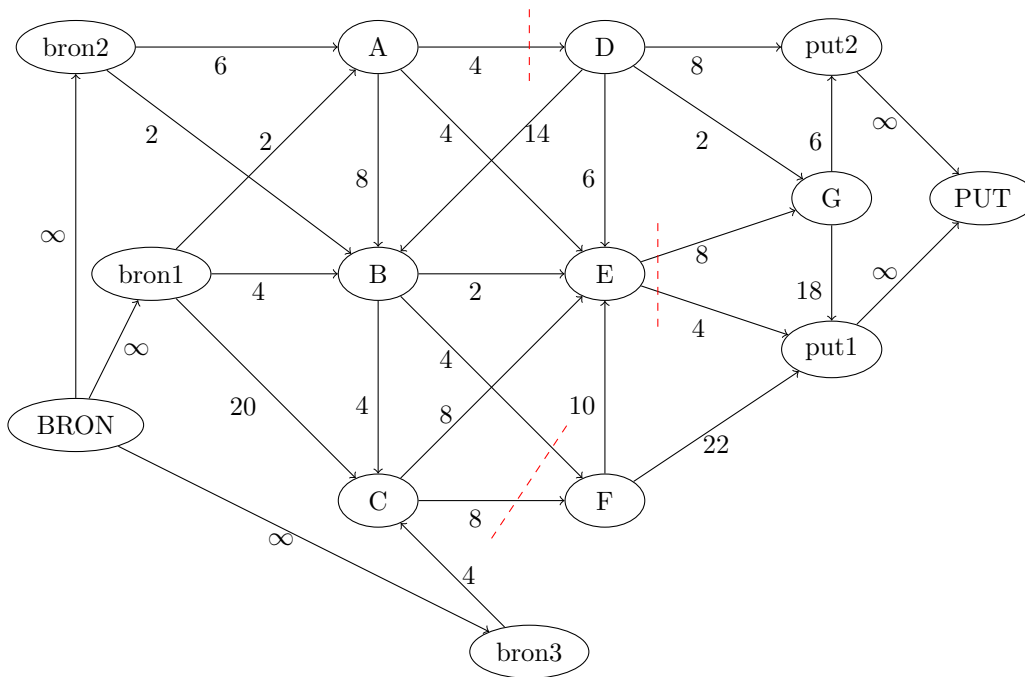


(15 punten)

De grootte van deze minimale snede is 22. (5 punten)

4. De betreffende graaf heeft zowel geen **unieke** knoop waarvoor geldt dat er geen lijnen naartoe gaan als geen **unieke** knoop waarvoor geldt dat er geen lijnen uit gaan (of woorden van vergelijkbare strekking). (10 punten)

5. De graaf moet er als volgt uitzien:



De puntentelling is als volgt:

Voor het correct tekenen van een BRON: 10 punten

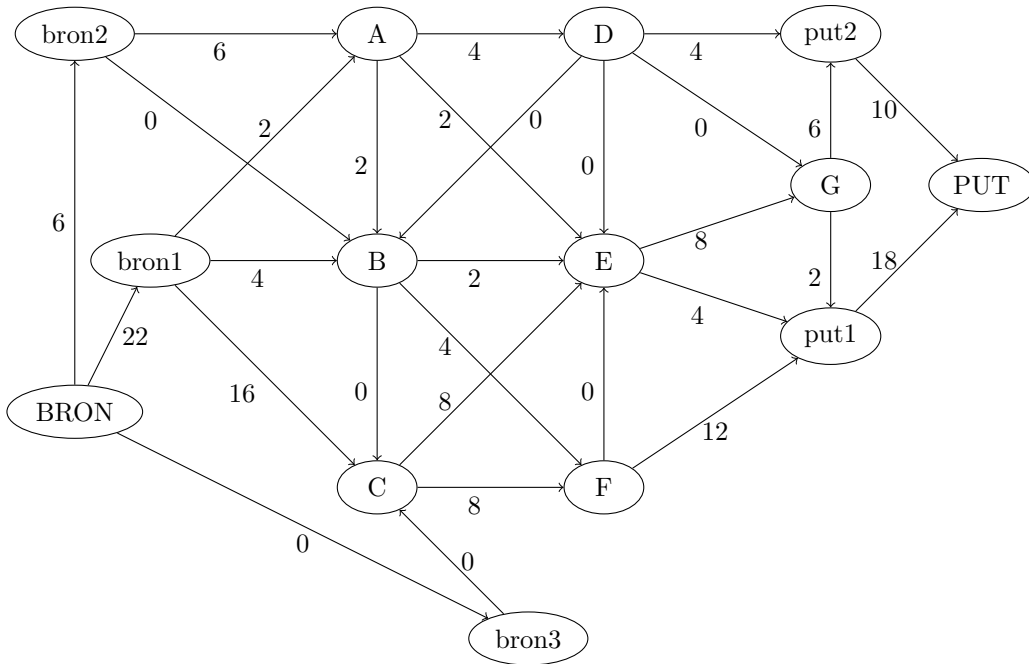
Voor het correct tekenen van een PUT: 10 punten

Voor het correct aangeven van de capaciteiten: 30 punten

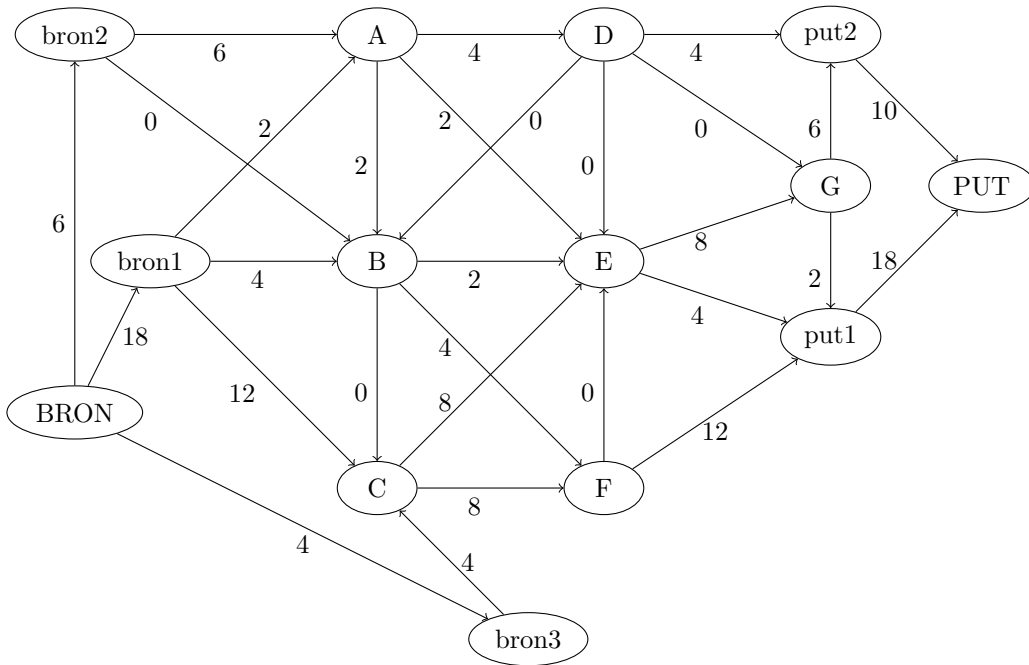
Let op: indien in plaats van oneindig een zeer hoog getal is opgeschreven: dit ook goed rekenen.

De getekende snede hoort bij **vraag 7**

6. Een maximale stroom kan er op verschillende manieren uitzien. Belangrijk is dat de grootte van de stroom gelijk is aan 28 om maximaal te zijn en de stroom mag nergens groter zijn dan de capaciteit. Ook moet bij elke knoop de instroom gelijk zijn aan de uitstroom. Twee voorbeelden van oplossingen zijn:



OF



(15 punten)

De grootte van een maximale stroom is 28 (5 punten)

7. Voor de snede: zie figuur bij vraag 5 (15 punten).

De grootte van de minimale snede is 28 (5 punten).